СиД-2,3

Министерство образования и науки РТ
ГАПОУ «Нижнекамский сварочно-монтажный колледж»

Методические указания для выполнения
внеаудиторной самостоятельной работы
по дисциплине

«МАТЕМАТИКА»

Специальность:
22.02.06 Сварочное производство
на базе основного общего образования

Срок обучения – 3 года 10 месяцев

Нижнекамск
2015 г

Методические указания для выполнения внеаудиторной самостоятельной работы по математике разработаны в соответствии с ФГОС СПО по специальности : 22.02.06 Сварочное производство и рабочей программы учебной дисциплины

Организация-разработчик:
ГАПОУ «Нижнекамский сварочно-монтажный колледж»

Разработчик:
Кузьмина Марина Юрьевна, преподаватель математики

Рассмотрены и рекомендованы методической цикловой комиссией ГАПОУ «Нижнекамский сварочно-монтажный колледж»
преподавателей общеобразовательных дисциплин, дисциплин математического и общего естественнонаучного учебного цикла, дисциплин общего гуманитарного и социально-экономического учебного цикла

Председатель МЦК

Сибгатуллина Л.Д

(подпись) *Ф.И.О.*

Протокол заседания МЦК № 1 *от «*28*»* 08 *20*15 *г.*

Рассмотрены и рекомендованы методической цикловой комиссией ГАПОУ «Нижнекамский сварочно-монтажный колледж»
преподавателей общеобразовательных дисциплин, дисциплин математического и общего естественнонаучного учебного цикла, дисциплин общего гуманитарного и социально-экономического учебного цикла

Председатель МЦК

________ ___________________

(подпись) *Ф.И.О.*

*Протокол заседания МЦК №*_________ *от «*____*»*___________*20*____*г.*

Содержание стр.

1. Пояснительная записка

В связи с введением в образовательный процесс нового Федерального государственного образовательного стандарта все более актуальной становится задача организации самостоятельной работы студентов. Самостоятельная работа определяется как индивидуальная или коллективная учебная деятельность, осуществляемая без непосредственного руководства педагога, но по его заданиям и под его контролем.

Самостоятельная работа студентов является одной из основных форм внеаудиторной работы при реализации учебных планов и программ.

Самостоятельная внеаудиторная работа по математике проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- развития познавательных способностей и активности студентов, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Обучающийся в процессе обучения должен не только освоить учебную программу, но и приобрести навыки самостоятельной работы.

Максимальное количество часов на дисциплину, предусмотренное учебным планом, составляет - 351 час, в том числе:
обязательная аудиторная нагрузка обучающегося составляет 234 часа;
самостоятельная работа обучающегося - 117 часов

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения студентом учебного материала;
- умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность общеучебных умений;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

В методических указаниях приведены теоретический (справочный) материал в соответствии с темой работы, обращение к которому поможет выполнить задания самостоятельной работы; вопросы для самоконтроля, подготавливающие к выполнению заданий и сами задания.

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения ВСР производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

2. **Тематический перечень самостоятельной работы**

№ и название темы	**Наименование самостоятельной работы**	**Кол-во часов**
Раздел 1. Развитие понятия о числе Тема 1.1. Действительные числа и приближенные вычисления	 1.Решение примеров на упрощение выражений	**5** 1
Тема1.2.Уравнения и неравенства.	2.Решение дробно-рациональных уравнений и неравенств.	2
Тема 1.3. Графики функций. Площадь фигур	3.Реферат на тему « Непрерывные дроби»	2
Раздел 2.Параллельность прямых и плоскостей в пространстве Тема 2.1:Параллельность прямых, прямой и плоскости.	 4.Решение задач по теме 2.1(по учебнику Атанасян Л.С. Геометрия, 10- 11. - М.: Просвещение, 2011)	**10** 2
Тема 2.2:Взаимное расположение прямых в пространстве	5.Решение задач по теме 2.2(по учебнику Атанасян Л.С. Геометрия, 10- 11. - М.: Просвещение, 2011)	2
Тема 2.3:Параллельность плоскостей	6.Решение задач на свойства параллельных плоскостей	4
Тема 2.4: Тетраэдр и параллелепипед.	7.Построение сечений многогранников.	2
Раздел 3. Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве Тема 3.1. Перпендикулярность прямой и плоскости	 8.Решение задач по теме 3.1. (по учебнику Атанасян Л.С. Геометрия, 10 - 11. - М.: Просвещение, 2011)	**8** 3
Тема 3.2.Перпендикуляр и наклонные	9.Решение задач по теме 3.2. (по учебнику Атанасян Л.С. Геометрия, 10 - 11. - М.: Просвещение, 2011)	3
Тема 3.3.Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей	10.Решение задач по теме 3.3. (по учебнику Атанасян Л.С. Геометрия, 10 - 11. - М.: Просвещение, 2011)	2
Раздел 4. Тригонометрические функции Тема 4.1 Тригонометрические функции числового аргумента	 11.Построение графиков функций 12.Реферат на тему :«Из истории тригонометрии», « Из истории понятия функции»	 **14** 1 2

Тема 4.2.Функции и её свойства.	13.Построение графиков тригонометрических функций 14.Исследование функций.	2 1
Тема 4.3. Тригонометрические уравнения и неравенства	15.Решение тригонометрических уравнений 16.Решение тригонометрических неравенств	4 4
Раздел 5. Начала математического анализа Тема 5.2. Производная	17.Решение заданий по теме 5.2 (по учебнику Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа, 10 - 11.- М.: Просвещение, 2007) 18. Реферат на тему: «Дифференциал и его приложения»	**18** 8 2
Тема 5.3.Применение непрерывности и производной	19.Решение заданий по разделу 5.3(по учебнику Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа, 10 - П.- М.: Просвещение, 2007)	8
Раздел 6.Интеграл и его применение Тема 6.1. Первообразная , правила нахождения.	20.Вычисление первообразной функции	**8** 3
Тема 6.2. Интеграл, применение интеграла.	21.Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей 22.Решение примеров по Формуле Ньютона - Лейбница.	3 2
Раздел 7. Показательная и логарифмическая функции Тема 7.1. Обобщение понятия степени.	23.Тождественные преобразования над степенными выражениями.	**23** 2
Тема 7.2. Показательная функция.	24.Решение систем показательных уравнений и неравенств	5
Тема 7.3. Логарифмическая функция.	25.Сообщение на темы : «Логарифмы вокруг нас», «Эта замечательная функция и ее свойства» 26.Решение логарифмических уравнений и неравенств	4 5
Тема 7.4. Производная и первообразная показательной и логарифмической функции	27.Выполнение заданий по теме 7.4 (по учебнику Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа, 10 - 11.- М.: Просвещение, 2007)	7
Раздел 8. Комбинаторика , теория вероятности и математическая статистика Тема 8.1. Элементы комбинаторики	28.Решение задач по комбинаторике	**5** 1
Тема 8.2 Элементы теории вероятностей	29.Решение задач на вычисление случайной величины	2
Тема 8.3. Элементы	30.Реферат на тему"Средние значения и их	2

математической статистики	применение в статистике"	
Раздел 9. Многогранники Тема 9.1.Призма	 31.Решение задач по теме "Призма" (по учебнику Атанасян Л.С. Геометрия, 10 - 11. - М.: Просвещение, 2011)	**7** 3
Тема 9.2. Пирамида	32.Решение задач по теме "Пирамида" (по учебнику Атанасян Л.С. Геометрия, 10 - 11. - М.: Просвещение, 2011)	2
Тема 9.3. Правильные многогранники	33.Реферат на тему "Правильные и полуправильные многогранники"	2
Раздел 10.Тела вращения Тема 10.1.Цилиндр и конус	 34.Доклад на тему "Конические сечения и их применение "	**5** 3
Тема 10.2.Сфера и шар	35.Решение задач на вычисление площадей поверхностей тел вращения.	2
Раздел 11. Объемы тел Тема 11.2.Объём прямой призмы , цилиндра	 36.Решение задач по теме "Объём параллелепипеда ,призмы, цилиндра" (по учебнику Атанасян Л.С. Геометрия, 10 - 11. - М.: Просвещение, 2011)	**8** 4
Тема 11.3. Объём наклонной призмы, пирамиды, конуса , шара	37.Решение задач на вычисление объёма пирамиды, конуса,шара (по учебнику Атанасян Л.С. Геометрия, 10 - 11. - М.: Просвещение, 2011) 38.«Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел».	2 2
Раздел 12. Векторы и метод координат. Тема12.1. Векторы в пространстве	 39.Решение задач на разложение векторов	**6** 3
Тема 12.2.Метод координат	40.Сообщение " Векторное задание прямых и плоскостей в пространстве"	3
итого		**117**

УВАЖАЕМЫЙ СТУДЕНТ!

Методические указания по дисциплине «Математика» для выполнения самостоятельной работы созданы Вам в помощь для работы в внеудиторное время.

В методических указаниях приведены теоретический (справочный) материал в соответствии с темой работы, обращение к которому поможет выполнить задания самостоятельной работы; вопросы для самоконтроля, подготавливающие к выполнению заданий и сами задания.

Самостоятельные работы выполняются индивидуально в свободное от занятий время.

Студент обязан:

- перед выполнением самостоятельной работы, повторить теоретический материал, пройденный на аудиторных занятиях;
- выполнить работу согласно заданию;
- по каждой самостоятельной работе представить преподавателю отчет согласно форме работы;
- ответить на поставленные вопросы.

Если по ходу выполнения самостоятельной работы у студентов возникают вопросы и затруднения, он может консультироваться у преподавателя

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения ВСР производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Желаем Вам успехов!!!

3.Виды самостоятельной работы с методическими указаниями по их выполнению, с критериями оценок

Тема 1.1. Действительные числа и приближенные вычисления

Самостоятельная работа №1
Решение примеров на упрощение выражений

Цели: -закрепление навыков умения выполнять действия над целыми и рациональными числами, умения вычислять погрешности

Форма работы: решение примеров

Время выполнения: 1 ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1. С помощью справочных пособий по алгебре повторить:

а) правила действий над обыкновенными дробями;

б) формулы сокращенного умножения;

в) способы разложения выражения на множители;

г) правило сокращения дробей;

д) абсолютная и относительная погрешность;

2. Выполнить задания для самостоятельной работы.

Методические указания

Теоретический материал

Правила действий с обыкновенными дробями

1. Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, надо сложить их числители, а знаменатель оставить тот же.
2. Чтобы выполнить вычитание дробей с одинаковыми знаменателями, надо из числителя уменьшаемого отнять числитель вычитаемого, а знаменатель оставить тот же.
3. Чтобы сложить или вычесть дроби с разными знаменателями, надо сначала привести их к общему знаменателю, а потом применить правило сложения дробей с общим знаменателем.
4. Произведением дробей является дробь, числитель которой равен произведению числителей этих дробей, а знаменатель - произведением знаменателей этих дробей.
5. Чтобы выполнить деление дроби на дробь, надо делимое умножить на дробь, обратную делителю.
6. Любое натуральное число можно представить в виде дроби с любым натуральным знаменателем.
7. Чтобы привести дробь (или натуральное число) к новому знаменателю, надо воспользоваться **основным свойством дроби**:

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то получится дробь, равная данной.

Правила действий со смешанными числами.

Смешанное число - это сумма натурального числа и правильной дроби. Натуральное число называется целой частью, а правильная дробь - дробной частью смешанного числа.

Например, $3+\frac{1}{2}=3\frac{1}{2}$ - смешанная дробь.

1. Чтобы сложить смешанные числа, надо сложить отдельно целые части и отдельно дробные части и полученные результаты сложить. Если в результате сложения дробная часть станет неправильной дробью, то из нее надо выделить целую часть и прибавить к целой части результата.
2. Если дробные части смешанных чисел имеют разные знаменатели, то их сначала надо привести к общему знаменателю, а потом применить правило сложения смешанных чисел.
3. Чтобы выполнить вычитание смешанных чисел, надо вычитание целых и дробных частей выполнить отдельно, а потом результаты сложить. Это выполнимо, если целая и дробная части уменьшаемого соответственно больше целой и дробной части вычитаемого.
4. Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, то у целой части уменьшаемого надо занять единицу, представить ее в виде дроби с тем же знаменателем и добавить ее к дробной части уменьшаемого. Затем применить правило вычитания дробей.
5. Внимание! Не надо представлять уменьшаемое и вычитаемое целиком в виде неправильной дроби! Это может привести к вычислительным ошибкам!
6. Если смешанные числа имеют разные знаменатели, то перед вычитанием надо привести их к общему знаменателю, а потом применить правило вычитания смешанных чисел.
7. Чтобы умножить или разделить смешанные числа, можно представить их в виде неправильных дробей, а затем применить правило умножения или деления обыкновенных дробей.

Формулы сокращённого умножения

Квадрат суммы	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
Квадрат разности	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
Разность квадратов	$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
Куб суммы	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
Куб разности	$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
Сумма кубов	$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
Разность кубов	$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

Основные способы разложения на множители.

1. Вынесение общего множителя за скобки.

2. Группировка.

3. Формулы сокращённого умножения.

4. Разложение квадратного трёхчлена.

Сокращением дроби называется замена ее другой, равной ей дробью с меньшими членами, путем деления числителя и знаменателя на их общий делитель.

Сокращать дроби можно последовательным сокращением на общие делители числителя и знаменателя.

Пример : Сократить дробь $\frac{48}{88}$

Решение. Как видим, числитель и знаменатель заданной дроби являются четными числами, а поэтому и можно сократить на их общий делитель - 2:

$$\frac{48}{88} = \frac{24}{44}$$

Аналогично, общим делителем полученных числителя 24 и знаменателя 44 есть число 4, а поэтому производим дальнейшее сокращение на 4:

$$\frac{48}{88} = \frac{24}{44} = \frac{6}{11}$$

Полученные числа - 6 и 11 - уже являются взаимно простыми.

Итак, после сокращения окончательно имеем:

$$\frac{48}{88} = \frac{6}{11}$$

Ответ. $\frac{48}{88} = \frac{6}{11}$

Абсолютная и относительная погрешность числа.

В качестве характеристик точности приближенных величин любого происхождения вводятся понятия абсолютной и относительной погрешности этих величин.

Обозначим через а приближение к точному числу А.

Определение. Величина $\Delta a = A - a$ называется погрешностью приближенного числаа.

Определение. Абсолютной погрешностью Δ приближенного числа а называется величина $\Delta = |A - a|$.

Практически точное число А обычно неизвестно, но мы всегда можем указать границы, в которых изменяется абсолютная погрешность.

Определение. Предельной абсолютной погрешностью Δ_a приближенного числа а называется наименьшая из верхних границ для величины , которую можно найти при данном способе получения числа а.

На практике в качестве выбирают одну из верхних границ для , достаточно близкую к наименьшей.

Поскольку , то $a - \Delta_a = A = a + \Delta_a$. Иногда пишут: $A = a \pm \Delta_a$.

Абсолютная погрешность- это разница между результатом измерения

и истинным (действительным) значением измеряемой величины.

Абсолютная погрешность и предельная абсолютная погрешность не достаточны для характеристики точности измерения или вычисления. Качественно более существенна величина относительной погрешности.

Определение. Относительной погрешностью δ приближенного числа а назовем величину:

$$\delta = \frac{\Delta}{|a|}, \text{ a} \neq 0.$$

Определение. Предельной относительной погрешностью δ_a приближенного числа а назовем величину

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}, \text{ a} \neq 0.$$

Так как $\Delta_a \geq \Delta, \grave{o}\hat{\imath} \qquad \delta_{\grave{a}} \geq \delta$.

Таким образом, относительная погрешность определяет фактически величину абсолютной погрешности, приходящейся на единицу измеряемого или вычисляемого приближенного числа а.

Пример. Округляя точные числа А до трех значащих цифр, определить

абсолютную D и относительную δ погрешности полученных приближенных чисел.

Дано:

A=-13,327

Найти:

Δ-абсолютная погрешность

δ –относительная погрешность

Решение:

=|A-a|Δ .ΔA=a±

a=-13.3 =|-13.327-(-13.3)|=0.027Δ

$\delta = \frac{\Delta}{|\,a\,|}$,a$\neq$ 0

$\delta = \frac{0.027}{|-13.3\,|}$*100%=0.203%

Ответ: =0,027;δ=0.203%Δ

Задания для самостоятельной работы

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислите значение выражения:

а) $\left(33{,}5+5\frac{5}{8}\cdot 3{,}2-15{,}7\right):\frac{1}{4}+2{,}25$

б) $\frac{\left(1\frac{1}{12}+2\frac{5}{32}+\frac{1}{24}\right)\cdot 9{,}6+2{,}13}{0{,}4}$

2. Разложите на множители: а) $(х\text{-}5)^2\text{-}16$

б) $4ав+2(а + в)^2$

3. а) Округлите число $\frac{2}{9}$ с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.

б) Округлите число $\frac{1}{3}$ с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.

<u>Вариант 2</u>

1. Вычислите значение выражения:

а) $\frac{(152\frac{3}{4}-148\frac{3}{8})\cdot 0{,}3}{0{,}2}$ б) $\frac{\left(6{,}6-3\frac{3}{14}+\frac{1}{24}\right)\cdot 5\frac{5}{6}}{(21-1{,}25):2{,}5}$

2. Упростить выражение:

а) $(С+2)(С\text{-}3) - (С\text{-}1)^2$

б) $3(x + y)^2 – 6xy$

3. а) Округлите число $\frac{4}{9}$ с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.

б) Округлите число $\frac{2}{3}$ с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.

Контрольные вопросы

1.Какие числа называются: а) натуральными, б) целыми, в) рациональными, г) иррациональными, д) действительными? Как обозначаются множества этих чисел?

2. Сформулируйте определение: а) абсолютной, б) относительной погрешности?

3. Правила записи десятичной периодической дроби в виде обыкновенной дроби.

Тема1.2.Уравнения и неравенства.

Самостоятельная работа № 2

Решение дробно-рациональных уравнений и неравенств

Цели: -закрепление навыков умения решать дробно-рациональные уравнения и неравенства

Форма работы: решение примеров

Время выполнения: 2 ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1. Повторить теоретический материал и образцы решения уравнения и неравенства
2. Выполнить задания для самостоятельной работы.

Методические указания

Теоретический материал

Уравнение вида ах = в, где х –переменная, а и в – некоторые числа, называют линейным уравнением с одной переменной.

Свойства:

1. Если в уравнении перенести слагаемое из одной части уравнения в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному.
2. Если обе части уравнения умножить иди разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.

Уравнение вида $ах^2$ + вх + с = 0, где а,в,с – действительные числа, х – независимая переменная, называют *квадратным уравнением.*

D= $в^2$ -4ас

$$x_1,x_2 = \frac{-в \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Неравенства вида ах ≤в, ах ≥в, где х – независимая переменная, а и в – некоторые числа, называют линейным неравенством с одной переменной.

Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство.

Решить неравенство – значит найти все его решения или доказать, что решений нет.

Свойства:

1) Если из одной части неравенства перенести в другую слагаемое с противоположным знаком, то получится неравенство, равносильное данному;
2) Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится равносильное ему неравенство;
   Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный, то получится равносильное ему неравенство.

Пример 1.

$$x-\frac{2x+3}{2}\le\frac{x-1}{4}$$

4x-2(2x+3)≤x-1

4x-4x-6≤x-1

-x≤-1+6

-x≤5

x≥-5

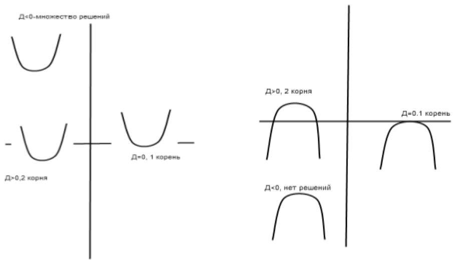
Ответ: $[-5;+\infty)$

Неравенство вида $ax^2 + вx + c > 0$, где $a>0$, называется квадратным.

Методы решения квадратных неравенств**:**

1)Графический: а) найти дискриминант;
б) изобразить графически параболу

a>0 a<0



2) метод интервалов

Пример 2:

Найти корни уравнения

$$\frac{-2x-4}{x^2-4}=\frac{x+5}{x-2}.$$

Решение: По методике переносим слагаемые и сводим к общему знаменателю

$$\frac{x+5}{x-2}+\frac{2x+4}{x^2-4}=0\to\frac{(x+5)(x+2)+2x+4}{x^2-4}=0\to$$
$$\frac{x^2+7x+10+2x+4}{x^2-4}=\frac{x^2+9x+14}{x^2-4}=0.$$

Приравниваем числитель и знаменатель к нулю и находим корни. Первое уравнение можем решить по теореме Виета

$$x^2+9x+14=0\to x=-2;\ x=-7.$$

Второе раскладываем на множители

$$x^2-4=(x-2)(x+2)=0\to x=-2;\ x=2.$$

Если от корней числителя отбросить нули знаменателя то получим только одно решение *x*=-*7*.

Внимание: Всегда проверяйте совпадают ли корни числителя и знаменателя. Если такие есть то не учитывайте их в ответе.

Ответ: $x=-7$.

Задания самостоятельной работы

вариант 1

1. Решить уравнения:

а) $3x-\frac{x+2}{4}-\frac{3x-2}{2}+\frac{x-1}{3}=1$

б) $1-\frac{6-2x}{3}=x-\frac{x+3}{2}$

2. Решить неравенства:

а) $\frac{7-6x}{2}+10x<\frac{20x+1}{3}$

б) $\frac{5-x}{8}+\frac{3-2x}{4}\geq 0$

вариант 2

1. Решить уравнения

а) $4-\frac{6-2x}{3}+x=2x-\frac{x+3}{2}$

б) $x+\frac{x-3}{8}+\frac{x+1}{4}=2x+\frac{5-3x}{2}$

2. Решить неравенства:

а) $\frac{3x}{2}-\frac{3}{5}<4x-3$ б) $\frac{37-2x}{3}+x\leq\frac{3x-8}{4}-9$

Тема 1.3. Графики функций. Площадь фигур

Самостоятельная работа №3

Реферат на тему « Непрерывные дроби»

Цели: - развитие познавательного интереса, воспитание информационной культуры

Форма работы: подготовка реферата

Время выполнения: 2 ч

Контроль выполнения: проверка и оценка реферата

Методические указания

Содержание реферата **(см. Приложение 1-3)**

Реферат, как правило, должен содержать следующие структурные элементы:

1. титульный лист;
2. содержание;
3. введение;
4. основная часть;
5. заключение;
6. список использованных источников;
7. приложения (при необходимости).

Рекомендуемый объем структурных элементов реферата

Наименование частей реферата	*Количество страниц*
Титульный лист	1
Содержание (с указанием страниц)	1
Введение	2
Основная часть	7-10
Заключение	1-2
Список использованных источников	1
Приложения	Без ограничений

В содержании приводятся наименования структурных частей реферата, глав и параграфов его основной части с указанием номера страницы, с которой начинается соответствующая часть, глава, параграф.

Во введении дается общая характеристика реферата: обосновывается актуальность выбранной темы; определяется цель работы и задачи, подлежащие решению для её достижения; описываются объект и предмет исследования, информационная база исследования, а также кратко характеризуется структура реферата по главам.

Основная часть должна содержать материал, необходимый для достижения поставленной цели и задач, решаемых в процессе выполнения реферата. Она включает 2-3 главы, каждая из которых, в свою очередь, делится на 2-3 параграфа. Содержание основной части должно точно соответствовать теме проекта и полностью её раскрывать. Главы и параграфы реферата должны раскрывать описание решения поставленных во введении задач. Поэтому заголовки глав и параграфов, как правило, должны соответствовать по своей сути формулировкам задач реферата. Заголовка "ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ" в содержании реферата быть не должно.

Главы основной части реферата могут носить теоретический, методологический и аналитический характер.

Обязательным для реферата является логическая связь между главами и последовательное развитие основной темы на протяжении всей работы, самостоятельное изложение материала, аргументированность выводов. Также обязательным является наличие в основной части реферата ссылок на использованные источники.

Изложение необходимо вести от третьего лица («Автор полагает...») либо использовать безличные конструкции и неопределенно-личные предложения («На втором этапе исследуются следующие подходы…», «Проведенное исследование позволило доказать...» и т.п.).

В заключении логически последовательно излагаются выводы, к которым пришел студент в результате выполнения реферата. Заключение должно кратко характеризовать решение всех поставленных во введении задач и достижение цели реферата.

Список использованных источников является составной частью работы и отражает степень изученности рассматриваемой проблемы. Количество источников в списке определяется студентом самостоятельно, для реферата их рекомендуемое количество от 4 до 5. При этом в списке обязательно должны присутствовать источники, изданные в последние 3 года.

В приложения следует относить вспомогательный материал, который при включении в основную часть работы загромождает текст (таблицы вспомогательных данных, инструкции, методики, формы документов и т.п.).

Оформление реферата

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы в виде реферата необходимо соблюдать следующие требования:

- на одной стороне листа белой бумаги формата А-4
- размер шрифта-12; Times New Roman, цвет - черный
- междустрочный интервал - одинарный
- поля на странице – размер левого поля – 2 см, правого- 1 см, верхнего-2см, нижнего-2см.
- отформатировано по ширине листа
- на первой странице необходимо изложить план (содержание) работы.
- в конце работы необходимо указать источники использованной литературы
- нумерация страниц текста -

Список использованных источников должен формироваться в алфавитном порядке по фамилии авторов. Включенная в список литература нумеруется сплошным порядком от первого до последнего названия.

По каждому литературному источнику указывается: автор (или группа авторов), полное название книги или статьи, место и наименование издательства (для книг и брошюр), год издания; для журнальных статей указывается наименование журнала, год выпуска и номер.

Приложения следует оформлять как продолжение реферата на его последующих страницах.

Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. Вверху страницы справа указывается слово "Приложение" и его номер. Приложение должно иметь заголовок, который располагается по центру листа отдельной строкой и печатается прописными буквами.

Приложения следует нумеровать порядковой нумерацией арабскими цифрами.

На все приложения в тексте работы должны быть ссылки. Располагать приложения следует в порядке появления ссылок на них в тексте.

Критерии оценки реферата

Оценка "отлично" выставляется за реферат, который носит исследовательский характер, содержит грамотно изложенный материал, с соответствующими обоснованными выводами.

Оценка "хорошо" выставляется за грамотно выполненный во всех отношениях реферат при наличии небольших недочетов в его содержании или оформлении.

Оценка "удовлетворительно" выставляется за реферат, который удовлетворяет всем предъявляемым требованиям, но отличается поверхностью, в нем просматривается непоследовательность изложения материала, представлены необоснованные выводы.

Интернет - ресурсы

1.Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" (статьи по математике): http://kvant.mirror1.mccme.ru/rub/1.htm

2.Открытая математика. http://www.mathematics.ru/courses/index.htm

Тема 2.1:Параллельность прямых, прямой и плоскости.

Самостоятельная работа №4

Решение задач по теме " Параллельность прямых, прямой и плоскости

Цели: -закрепление навыков применения аксиом и теорем стереометрии к решению геометрических задач

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 2 ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1. Повторить теоретический материал
1. Изучить условие заданий для самостоятельной работы.
2. Выполнить задания самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

Основные фигуры в пространстве: точки, прямые и плоскости.

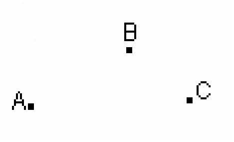


рис. 1

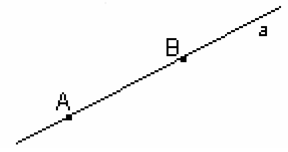


рис. 2

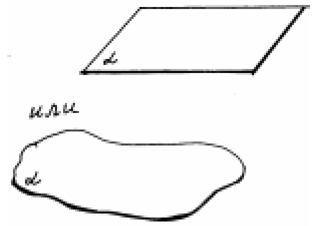


рис. 3

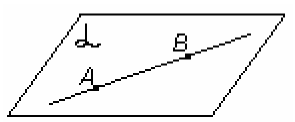
Основные свойства точек, прямых и плоскостей, касающиеся их взаимного расположения, выражены в аксиомах.

А1. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

$A \in \alpha$
$B \in \alpha$ (точки A, B, C лежат в плоскости α)
$C \in \alpha$

рис. 4

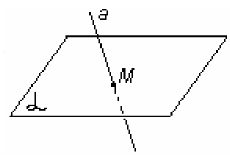
А2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости



$AB \subset \alpha$
Прямая AB лежит в плоскости α

рис. 5

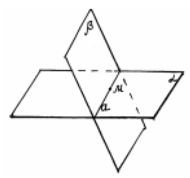
Замечание. Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то говорят, что они пересекаются.



$a \cap \alpha = M$
Прямая a и плоскость α пересекаются в точке M.

рис. 6

А3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



$\alpha \cap \beta = a$
α и β пересекаются по прямой a.

рис. 7

Следствие 1. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.

Следствие 2. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.

Алгоритм решения геометрической задачи:
- изучи текст задачи до полного понимания. Не следует суетливо приниматься за решение задачи, не поняв всех условий задачи и той цели, которая должна быть достигнута;

- сделай чертеж и укажи на нем (если это возможно) данные и искомые величины выбирая для обозначения наиболее подходящие и удобные символы;
- запиши, что дано и что надо найти;
- решение задачи начни с того, что надо найти: выбери и запиши формулу, из которой можно выразить неизвестную величину; - посмотри, что надо найти далее;
- составь логическую цепочку из формул (или из рассматриваемых по очереди геометрических фигур) пока не дойдешь до формулы (фигуры), из которой можно выразить одну из неизвестных величин через известные, по цепочке вернись в обратном порядке до первоначальной неизвестной величины;
- решая задачу, контролируй каждый свой шаг, то есть каждую выкладку и вычисление, каждое построение. Помни, что ты обязан уметь доказать правильность каждого совершенного тобой действия;
- в процессе решения задачи, не забывай следить за тем, все ли условия или данные задачи тобой уже использованы;
- если решая задачу, ты остановился и не знаешь, что делать дальше, сопоставь то, что ты уже получил, с тем, что требуется получить. Во многих случаях одно такое сопоставление бывает достаточным, чтобы увидеть правильный путь дальнейших действий;
- проверяя ход решения, надо обратить внимание на такие моменты:
1)все ли условия (данные) задачи использованы;
2)какими определениями и теоремами обоснованы все ссылки в решении;
3)верны ли логические переходы.

задания для самостоятельной работы

1. Выучить аксиомы стереометрии (п.1, по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11.)

2. Решить задачи № 12-14,28,29 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11)

При выполнении №12-14 воспользуйтесь аксиомами стереометрии

При выполнении №28,29 воспользуйтесь теоремами о параллельности прямых, прямой и плоскости.

Контрольные вопросы :

1 . Что такое стереометрия?

2. Сформулируйте аксиомы стереометрии.

3. Что значит: прямая и плоскость параллельны?

4. Признак параллельности прямой и плоскости.

Тема 2.2:Взаимное расположение прямых в пространстве

Самостоятельная работа №5

Решение задач по теме " Взаимное расположение прямых в пространстве"

Цели: -закрепление навыков применения аксиом и теорем стереометрии к решению геометрических задач

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 2 ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

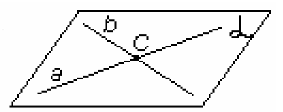
2. Изучить условие заданий для самостоятельной работы.

3. Выполнить задания самостоятельной работы

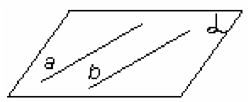
Методические указания

Теоретический материал

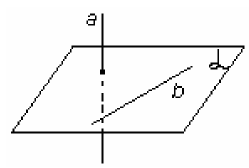
Случаи взаимного расположения прямых в пространстве.



Пересекающиеся прямые (лежат в одной плоскости).



Параллельные прямые (лежат в одной плоскости).



Скрещивающиеся прямые (не лежат в одной плоскости).

Алгоритм решения геометрической задачи:
- изучи текст задачи до полного понимания. Не следует суетливо приниматься за решение задачи, не поняв всех условий задачи и той цели, которая должна быть достигнута;
- сделай чертеж и укажи на нем (если это возможно) данные и искомые величины выбирая для обозначения наиболее подходящие и удобные символы;
- запиши, что дано и что надо найти;
- решение задачи начни с того, что надо найти: выбери и запиши формулу, из которой можно выразить неизвестную величину; - посмотри, что надо найти далее;
- составь логическую цепочку из формул (или из рассматриваемых по очереди геометрических фигур) пока не дойдешь до формулы (фигуры), из которой можно выразить одну из неизвестных величин через известные, по цепочке вернись в обратном порядке до первоначальной неизвестной величины;
- решая задачу, контролируй каждый свой шаг, то есть каждую выкладку и вычисление, каждое построение. Помни, что ты обязан уметь доказать правильность каждого совершенного тобой действия;
- в процессе решения задачи, не забывай следить за тем, все ли условия или данные задачи тобой уже использованы;
- если решая задачу, ты остановился и не знаешь, что делать дальше, сопоставь то, что ты уже получил, с тем, что требуется получить. Во многих случаях одно такое сопоставление бывает достаточным, чтобы увидеть правильный путь дальнейших действий;
- проверяя ход решения, надо обратить внимание на такие моменты:

1)все ли условия (данные) задачи использованы;

2)какими определениями и теоремами обоснованы все ссылки в решении;

3)верны ли логические переходы.

задания самостоятельной работы

1. Повторить п.7 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11.)

2. Решить задачи № 38,44 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11)

При выполнении №38 воспользуйтесь теоремой о скрещивающихся прямых

При выполнении № 44 воспользуйтесь теоремой об углах с сонаправленными сторонами

3. Решить задачи (при решении воспользуйтесь аксиомами стереометрии)

Вариант 1.

1. Известно, что прямые *a* и *b* параллельны, прямая *a* перпендикулярна плоскости α, прямая *c* лежит в плоскости α. Каково взаимное расположение прямых *b* и *c*? Сделайте чертеж и обоснуйте ответ

2.Даны параллелограмм ABCD и точка P, не лежащая в плоскости ABC. Как расположена прямая AC и плоскость PBD? Ответ обоснуйте

Вариант 2.

1.Прямые *a* и *c* параллельны, а прямые *a* и *b* пересекаются. Могут ли прямые *b* и *c* быть параллельными? Ответ обоснуйте.

2. Прямая *a* перпендикулярна каждой из двух пересекающихся прямых *c* и *d*, принадлежащих плоскости α. Прямая *b* параллельна прямой *a*. Как расположена прямая *b* по отношению к плоскости α? Сделайте чертеж ответ обоснуйте.

Контрольные вопросы :

1 . Что такое стереометрия?

2. Сформулируйте аксиомы стереометрии.

3. Какие прямые в пространстве называются параллельными?

4. Какие прямые называются скрещивающимися?

5. Что значит: прямая и плоскость параллельны?

6. Признак параллельности прямой и плоскости.

7. Какие плоскости называются параллельными?

Тема 2.3:Параллельность плоскостей

Самостоятельная работа №6

Решение задач на свойства параллельных плоскостей

Цели: -закрепление навыков применения аксиом и теорем стереометрии к решению геометрических задач

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 4ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

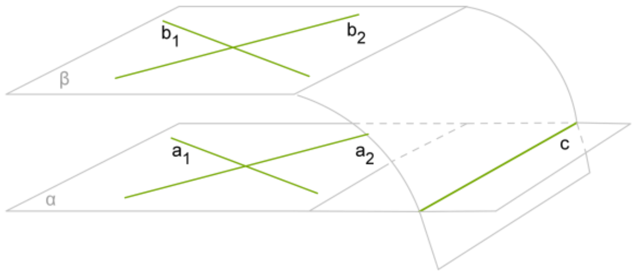
2. Изучить условие заданий для самостоятельной работы.

3. Выполнить задания самостоятельной работы

Методические указания

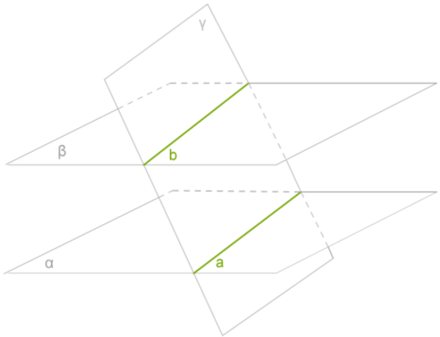
Теоретический материал

Признак параллельности плоскостей.
Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

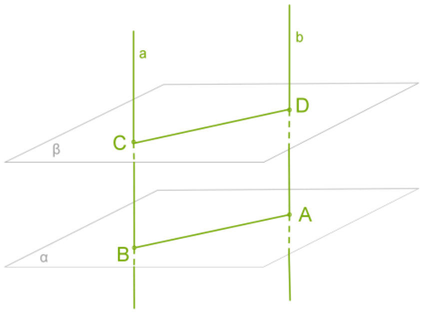


Свойства параллельных плоскостей.

Теорема 1. Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны.



Теорема 2. Отрезки параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями, равны.



Алгоритм решения геометрической задачи:
- изучи текст задачи до полного понимания. Не следует суетливо приниматься за решение задачи, не поняв всех условий задачи и той цели, которая должна быть достигнута;
- сделай чертеж и укажи на нем (если это возможно) данные и искомые величины выбирая для обозначения наиболее подходящие и удобные символы;
- запиши, что дано и что надо найти;
- решение задачи начни с того, что надо найти: выбери и запиши формулу, из которой можно выразить неизвестную величину; - посмотри, что надо найти далее;
- составь логическую цепочку из формул (или из рассматриваемых по очереди геометрических фигур) пока не дойдешь до формулы (фигуры), из которой можно выразить одну из неизвестных величин через известные, по цепочке вернись в обратном порядке до первоначальной неизвестной величины;
- решая задачу, контролируй каждый свой шаг, то есть каждую выкладку и вычисление, каждое построение. Помни, что ты обязан уметь доказать правильность каждого совершенного тобой действия;
- в процессе решения задачи, не забывай следить за тем, все ли условия или данные задачи тобой уже использованы;
- если решая задачу, ты остановился и не знаешь, что делать дальше, сопоставь то, что ты уже получил, с тем, что требуется получить. Во многих случаях одно такое сопоставление бывает достаточным, чтобы увидеть правильный путь дальнейших действий;
- проверяя ход решения, надо обратить внимание на такие моменты:
1)все ли условия (данные) задачи использованы;
2)какими определениями и теоремами обоснованы все ссылки в решении;
3)верны ли логические переходы.

Задания самостоятельной работы

1. Повторить п. 10,11 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11.)

2. Решить задачи № 54,63(а), 88,89 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11)

При выполнении №54 воспользуйтесь теоремой о параллельности плоскостей

При выполнении № 63(а) воспользуйтесь свойствами параллельности плоскостей

При выполнении №88,89 воспользуйтесь аксиомами стереометрии и теоремой о параллельности плоскостей

3. Решите задачу:

Через точку O, которая находится между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые c и d, пересекающие плоскости так, что точки A и B находятся в плоскости α, а точки C и D - в плоскости β

AB=15 см, DO=29 см и AC=3·AO

Вычисли: BD;CD

Контрольные вопросы :

1. Какие плоскости называются параллельными? Докажите призрак параллельности плоскостей.

2. Докажите, что если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны.

3. Докажите, что отрезки параллельных прямых, заключённые между двумя параллельными плоскостями, равны.

4. Перечислите свойства параллельного проектирования.

Тема 2.4: Тетраэдр и параллелепипед.

Самостоятельная работа №7

Построение сечений многогранников

Цели: - закрепление навыков построения сечений многогранников

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 2ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1. Повторить способы построения сечений тетраэдра и параллелепипеда

2. Изучить примеры выполнения заданий

3. Выполнить задания самостоятельной работы

Методические указания

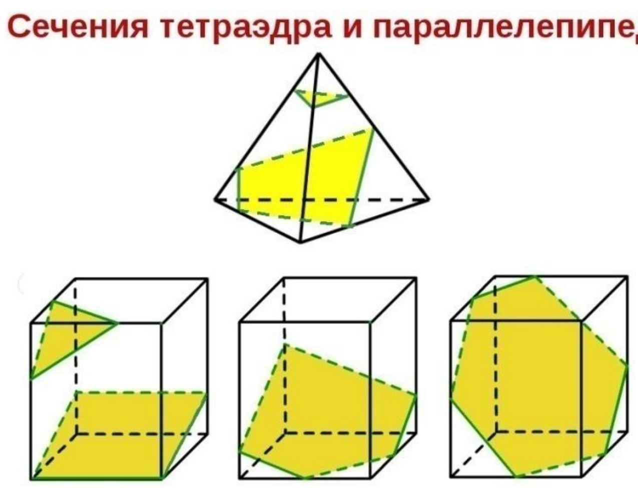
При решении многих стереометрических задач используют сечение многогранника плоскостью, поэтому необходимо уметь строить на чертеже их сечения различными плоскостями.

1) Определение секущей плоскости

Секущей плоскостью многогранника называют такую плоскость, по обе стороны от которой имеются точки данного многогранника.

2) Сечения тетраэдра и параллелепипеда

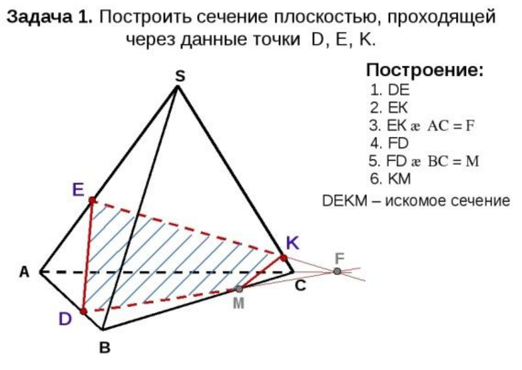
Так как тетраэдр имеет четыре грани, то его сечениями могут быть треугольники и четырехугольники. Параллелепипед имеет шесть граней, поэтому его сечениями могут быть треугольники, четырехугольники, пятиугольники и шестиугольники.

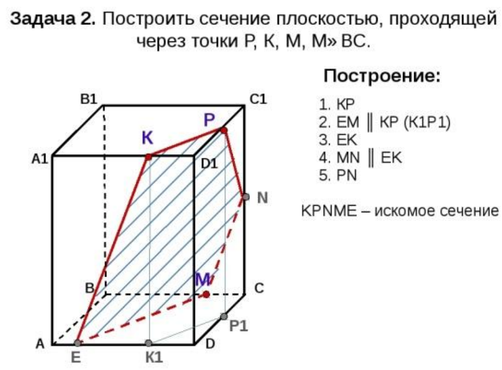


Алгоритм построения сечений многогранников:

а) определить грани, с которыми секущая плоскость имеет две общие точки, и провести через данные точки прямые;
б) определить грани, с которыми секущая плоскость имеет одну общую точку, построить вторую общую точку и провести через них прямую;
в) определить грани, с которыми секущая плоскость не имеет общих точек, построить две общие точки, и провести через них прямую;
г) выделить отрезки прямых, по которым секущая плоскость пересекает ребра многогранника, заштриховать полученный многоугольник.

Примеры:





Задания самостоятельной работы

Задача №1. Построить сечение тетраэдра SABC плоскостью, проходящей через точки D, E, К, где D∈AB, E∈SA, K∈SC.

Задача №2. Построить сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки P, К, M, где P∈D_1C_1, K∈A_1D_1, M∈BC.

Задача №3. Построить сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки T, H, M, где T∈CC_1, H∈DD_1, M∈AB.

Задача №4. Построить сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через данные точки E, F, K, где E∈AA_1, F∈A_1B_1, K∈B_1C_1.

Задача №5.Построить сечение тетраэдра SABC плоскостью, проходящей через данные точки К, M, P, где K∈SC, M∈SA, P∈ABC.

Задача №6. Построить сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки K, L, M, где $K \in B_1C_1$, $L \in AA_1$, $M \in AD$.

Задача №7. Построить сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через данные точки F, K, L, где $F \in AD$, $K \in D_1C_1$, $L \in CC_1$.

Тема 3.1. Перпендикулярность прямой и плоскости

Самостоятельная работа №8

Решение задач по теме " Перпендикулярность прямой и плоскости"

Цели: -закрепление навыков применения аксиом и теорем стереометрии к решению геометрических задач

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 3ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

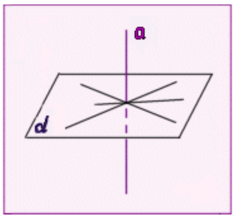
2. Изучить условие заданий для самостоятельной работы.

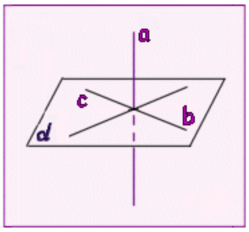
3. Выполнить задания самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

Определение
Прямая, пересекающая плоскость, называется *перпендикулярной* этой плоскости, если она перпендикулярна каждой прямой, которая лежит в данной плоскости и проходит через точку пересечения.





Теорема 1
ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.
Если прямая, пересекающая плоскость, перпендикулярна двум прямым в этой плоскости, проходящим через точку пересечения данной прямой и плоскости, то она перпендикулярна плоскости.

Теорема 2
1-ое СВОЙСТВО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.
Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой.

Теорема 3
2-ое СВОЙСТВО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.
Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.

Алгоритм решения геометрической задачи:
- изучи текст задачи до полного понимания. Не следует суетливо приниматься за решение задачи, не поняв всех условий задачи и той цели, которая должна быть достигнута;
- сделай чертеж и укажи на нем (если это возможно) данные и искомые величины выбирая для обозначения наиболее подходящие и удобные символы;
- запиши, что дано и что надо найти;
- решение задачи начни с того, что надо найти: выбери и запиши формулу, из которой можно выразить неизвестную величину; - посмотри, что надо найти далее;
- составь логическую цепочку из формул (или из рассматриваемых по очереди геометрических фигур) пока не дойдешь до формулы (фигуры), из которой можно выразить одну из неизвестных величин через известные, по цепочке вернись в обратном порядке до первоначальной неизвестной величины;
- решая задачу, контролируй каждый свой шаг, то есть каждую выкладку и вычисление, каждое построение. Помни, что ты обязан уметь доказать правильность каждого совершенного тобой действия;
- в процессе решения задачи, не забывай следить за тем, все ли условия или данные задачи тобой уже использованы;
- если решая задачу, ты остановился и не знаешь, что делать дальше, сопоставь то, что ты уже получил, с тем, что требуется получить. Во многих случаях одно такое сопоставление бывает достаточным, чтобы увидеть правильный путь дальнейших действий;
- проверяя ход решения, надо обратить внимание на такие моменты:
1)все ли условия (данные) задачи использованы;
2)какими определениями и теоремами обоснованы все ссылки в решении;
3)верны ли логические переходы.

задания для самостоятельной работы

1. Повторить п. 15-18 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11.)

2. Решить задачи № 119,130 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11)

При решении № 119 воспользуйтесь теоремой о перпендикулярности прямой и плоскости

При решении № 130 воспользуйтесь теоремой о прямой , перпендикулярной к плоскости

3. Решить задачи (воспользуйтесь теремами и перпендикулярности прямой и плоскости)

1. В треугольнике АВС угол С = 90^0. АС = 6 см, ВС = 8 см, СМ – медиана. Через вершину С проведена прямая СК перпендикулярная плоскости треугольника АВС, причем СК = 12 см. Найдите КМ.

2. Через (·) О – пересечения диагоналей квадрата со стороной 8 см проведена прямая ОК, перпендикулярная к плоскости квадрата. Найдите расстояние от (·) К до вершины квадрата, если ОК = 12 см.

Контрольные вопросы :

1. Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?

2. Дайте определение перпендикулярности прямой и плоскости.

3.Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.

4. Сформулируйте теоремы о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве.

Самостоятельная работа №9

Решение задач

Цели: -закрепление навыков применения аксиом и теорем стереометрии к решению геометрических задач

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 3ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

2. Изучить условие заданий для самостоятельной работы.

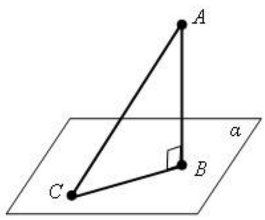
3. Выполнить задания самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

Перпендикуляр и наклонная

Перпендикуляром, опущенным из данной точки данную плоскость, называется отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости и лежащий на прямой, перпендикулярной плоскости. Конец этого отрезка, лежащий в плоскости, называется **основанием перпендикуляра**.
Наклонной, проведенной из данной точки к данной плоскости, называется любой отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости, не являющийся перпендикуляром к плоскости. Конец отрезка, лежащий в плоскости, называется **основанием наклонной**.
Отрезок, соединяющий основания перпендикуляра наклонной, проведенных из одной и той же точки, называется **проекцией наклонной**.



AB – перпендикуляр к плоскости α.
AC – наклонная, CB – проекция.
C – основание наклонной, B - основание перпендикуляра.

Алгоритм решения геометрической задачи:
- изучи текст задачи до полного понимания. Не следует суетливо приниматься за решение задачи, не поняв всех условий задачи и той цели, которая должна быть достигнута;
- сделай чертеж и укажи на нем (если это возможно) данные и искомые величины выбирая для обозначения наиболее подходящие и удобные символы;
- запиши, что дано и что надо найти;
- решение задачи начни с того, что надо найти: выбери и запиши формулу, из которой можно выразить неизвестную величину; - посмотри, что надо найти далее;
- составь логическую цепочку из формул (или из рассматриваемых по очереди геометрических фигур) пока не дойдешь до формулы (фигуры), из которой можно выразить

одну из неизвестных величин через известные, по цепочке вернись в обратном порядке до первоначальной неизвестной величины;
- решая задачу, контролируй каждый свой шаг, то есть каждую выкладку и вычисление, каждое построение. Помни, что ты обязан уметь доказать правильность каждого совершенного тобой действия;
- в процессе решения задачи, не забывай следить за тем, все ли условия или данные задачи тобой уже использованы;
- если решая задачу, ты остановился и не знаешь, что делать дальше, сопоставь то, что ты уже получил, с тем, что требуется получить. Во многих случаях одно такое сопоставление бывает достаточным, чтобы увидеть правильный путь дальнейших действий;
- проверяя ход решения, надо обратить внимание на такие моменты:
1)все ли условия (данные) задачи использованы;
2)какими определениями и теоремами обоснованы все ссылки в решении;
3)верны ли логические переходы.

задания для самостоятельной работы

1. Повторить п. 19,20 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11.)

2. Решить задачи № 140,152,155 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11)

При решении № 140 воспользуйтесь определение проекции наклонной

При решении № 152,155 воспользуйтесь теоремой о трёх перпендикулярах

Контрольные вопросы :

1. Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?
2. Дайте определение перпендикулярности прямой и плоскости.
3. Что такое перпендикуляр, опущенный из данной точки на плоскость?
4. Что называется расстоянием от точки до плоскости ?

Тема 3.3.Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей

Самостоятельная работа №10

Решение задач

Цели: -закрепление навыков применения аксиом и теорем стереометрии к решению геометрических задач

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 2ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

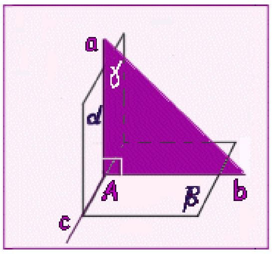
1.Повторить теоретический материал

2. Изучить условие заданий для самостоятельной работы.

3. Выполнить задания самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал



Определение
Две пересекающиеся плоскости, называются *перпендикулярными*, если третья плоскость, перпендикулярная прямой пересечения этих плоскостей, пересекает их по перпендикулярным прямым.

Теорема
ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ.
Если плоскость проходит через **прямую перпендикулярную другой плоскости**, то эти плоскости перпендикулярны.

Алгоритм решения геометрической задачи:
- изучи текст задачи до полного понимания. Не следует суетливо приниматься за решение задачи, не поняв всех условий задачи и той цели, которая должна быть достигнута;
- сделай чертеж и укажи на нем (если это возможно) данные и искомые величины выбирая для обозначения наиболее подходящие и удобные символы;
- запиши, что дано и что надо найти;
- решение задачи начни с того, что надо найти: выбери и запиши формулу, из которой можно выразить неизвестную величину; - посмотри, что надо найти далее;
- составь логическую цепочку из формул (или из рассматриваемых по очереди геометрических фигур) пока не дойдешь до формулы (фигуры), из которой можно выразить одну из неизвестных величин через известные, по цепочке вернись в обратном порядке до первоначальной неизвестной величины;
- решая задачу, контролируй каждый свой шаг, то есть каждую выкладку и вычисление, каждое построение. Помни, что ты обязан уметь доказать правильность каждого совершенного тобой действия;
- в процессе решения задачи, не забывай следить за тем, все ли условия или данные задачи тобой уже использованы;
- если решая задачу, ты остановился и не знаешь, что делать дальше, сопоставь то, что ты уже получил, с тем, что требуется получить. Во многих случаях одно такое сопоставление бывает достаточным, чтобы увидеть правильный путь дальнейших действий;
- проверяя ход решения, надо обратить внимание на такие моменты:
1)все ли условия (данные) задачи использованы;
2)какими определениями и теоремами обоснованы все ссылки в решении;
3)верны ли логические переходы.

задания для самостоятельной работы

1. Повторить п. 22,24 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11.)

2. Решить задачи № 184,195, 206,207 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11)

При решении № 184 воспользуйтесь признаком перпендикулярности двух плоскостей

При решении № 195 используйте теорему и следствие о прямоугольном параллелепипеде

При решении № 206,207 используйте теорему перпендикулярности двух плоскостей

Контрольные вопросы :

1. Что называется углом между: а) двумя прямыми; б) прямой и плоскостью; в) между двумя плоскостями?
2. Дайте определение: а) двугранного угла; б) линейного угла двугранного угла.
3. Что такое перпендикуляр, опущенный из данной точки на плоскость?
4. Что называется расстоянием от точки до плоскости ?

Тема 4.1 Тригонометрические функции числового аргумента

Самостоятельная работа №11

Построение графиков функций

Цели: - закрепление навыков построения графиков путём преобразований

Форма работы: решение примеров по образцу

Время выполнения: 1ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить способы построения графика, изучить образцы выполнения заданий

2. Изучить условие заданий для самостоятельной работы.

3. Выполнить задания самостоятельной работы

Методические рекомендации

Памятка Основные способы построения графиков функций		
1)y= - f(x)	$y=\sqrt{x}$ $y=-\sqrt{x}$	*График функции y= - f(x) получается из графика функции y= f(x) симметричным его отражением относительно оси Ох.*
2)y=f(- x)	*y=tg x* *y=tg(-x)*	*График функции y=f(-x) получается из графика функции y=f(x) симметричным отражением его относительно оси Оу.*
3)y=f(x-a)	y=cos x	*График функции y=f(x-a) получается сдвигом вдоль оси Ох на величину |a| графика функции y=f(x) вправо, если a>0, и влево, если a<0.*

	$y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$ $y=\cos(x+\frac{\pi}{3})$	
4)y=f(x)+b	$y = x^2$ $y = x^2 - 5$ $y=x^2+3$	*График функции y=f(x)+b получается сдвигом графика функции y=f(x) вдоль оси Oy на величину |b| вверх, если b>0, и вниз, если b<0.*
5)y=kf(x)	$y = \sin x$ $y = 2\sin x$ $y=\frac{1}{2}\sin x$	*График функции y=kf(x) получается растяжением в k раз , если k>1, и сжатием в $^1/_k$ раз, если 0<k<1, вдоль оси Oy графика функции y=f(x).*
6)y=f(kx)	$y=\cos x$ $y=\cos(3x)$ $y=\cos(\frac{1}{3}x)$	*График функции y=f(kx) получается сжатием в k раз к оси Oy, если k>1, и растяжением в $^1/_k$ раз от оси Oy, если 0<k<1, графика функции y=f(x) .*
7)x=f(y)	$y=x^3$ $y=x^{\frac{1}{3}}$	*График функции x=f(y) симметричен относительно прямой y=x графику функции y=f(x).* *У функции x=f(y):* *y-независимая переменная,* *а x - зависимая переменная.*
8)y=|f(x)|	$y = \sin x$ $y = \|\sin x\|$	*Для построения графика функции y=|f(x)| надо сохранить ту часть графика функции y=f(x), точки которой находятся на оси Ox или выше оси Ox, и симметрично отразить относительно оси Ox ту часть графика функции y=f(x), которая расположена ниже оси Ox.*
9)y=f(|x|)	$y=\frac{4}{x}$; $y=\frac{4}{\|x\|}$	*Для построения графика функции y=f(|x|) надо сохранить ту часть графика функции y=f(x) точки которой находятся на оси Oy или справа от нее и симметрично отразить эту часть графика относительно оси Oy.*

Задания самостоятельной работы

Вариант-1

1. Построить графики функций: а) $y=x^2$; $y=x^2-3$; $y=(x+2)^2$

   б) $y=x^2$; $y=x^2+2$; $y=(x-1)^2$

2. а)Выяснить, является ли функция $y=x^5-x^3$ чётной, нечётной или другой.

   б) Выяснить, является ли функция $y=x^6-x^4$ чётной, нечётной или другой.

Вариант-2

1. Построить графики функций: а) $y=x^2$; $y=x^2+1$; $y=(x+3)^2$

   б) $y=x^2$; $y=x^2-2$; $y=(x-2)^2$

2. а) Выяснить, является ли функция $y=x^4-x^3$ чётной, нечётной или другой.

   б) Выяснить, является ли функция $y=x^2-x^3$ чётной, нечётной или другой.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение функции.
2. Перечислите способы задания функции.
3. Дайте определение графика функции.
4. Перечислите основные типы преобразования графиков функций.

Самостоятельная работа №12

Реферат на темы :

«Из истории тригонометрии», « Из истории понятия функции»

Цели: развитие познавательного интереса, воспитание информационной культуры

Форма работы: подготовка реферата

Время выполнения: 2ч

Контроль выполнения: проверка и оценка реферата

Методические указания

Содержание реферата **(см. Приложение 1-3)**

Реферат, как правило, должен содержать следующие структурные элементы:

1.титульный лист;
2.содержание;
3.введение;
4.основная часть;
5.заключение;
6.список использованных источников;
7.приложения (при необходимости).

Рекомендуемый объем структурных элементов реферата

Наименование частей реферата	*Количество страниц*
Титульный лист	1

Содержание (с указанием страниц)	1
Введение	2
Основная часть	7-10
Заключение	1-2
Список использованных источников	1
Приложения	Без ограничений

В содержании приводятся наименования структурных частей реферата, глав и параграфов его основной части с указанием номера страницы, с которой начинается соответствующая часть, глава, параграф.

Во введении дается общая характеристика реферата: обосновывается актуальность выбранной темы; определяется цель работы и задачи, подлежащие решению для её достижения; описываются объект и предмет исследования, информационная база исследования, а также кратко характеризуется структура реферата по главам.

Основная часть должна содержать материал, необходимый для достижения поставленной цели и задач, решаемых в процессе выполнения реферата. Она включает 2-3 главы, каждая из которых, в свою очередь, делится на 2-3 параграфа. Содержание основной части должно точно соответствовать теме проекта и полностью её раскрывать. Главы и параграфы реферата должны раскрывать описание решения поставленных во введении задач. Поэтому заголовки глав и параграфов, как правило, должны соответствовать по своей сути формулировкам задач реферата. Заголовка "ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ" в содержании реферата быть не должно.

Главы основной части реферата могут носить теоретический, методологический и аналитический характер.

Обязательным для реферата является логическая связь между главами и последовательное развитие основной темы на протяжении всей работы, самостоятельное изложение материала, аргументированность выводов. Также обязательным является наличие в основной части реферата ссылок на использованные источники.

Изложение необходимо вести от третьего лица («Автор полагает...») либо использовать безличные конструкции и неопределенно-личные предложения («На втором этапе исследуются следующие подходы…», «Проведенное исследование позволило доказать...» и т.п.).

В заключении логически последовательно излагаются выводы, к которым пришел студент в результате выполнения реферата. Заключение должно кратко характеризовать решение всех поставленных во введении задач и достижение цели реферата.

Список использованных источников является составной частью работы и отражает степень изученности рассматриваемой проблемы. Количество источников в списке определяется студентом самостоятельно, для реферата их рекомендуемое количество от 4 до 5. При этом в списке обязательно должны присутствовать источники, изданные в последние 3 года.

В приложения следует относить вспомогательный материал, который при включении в основную часть работы загромождает текст (таблицы вспомогательных данных, инструкции, методики, формы документов и т.п.).

Оформление реферата

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы в виде реферата необходимо соблюдать следующие требования:

- на одной стороне листа белой бумаги формата А-4
- размер шрифта-12; Times New Roman, цвет - черный
- междустрочный интервал - одинарный
- поля на странице – размер левого поля – 2 см, правого- 1 см, верхнего-2см, нижнего-2см.
- отформатировано по ширине листа
- на первой странице необходимо изложить план (содержание) работы.
- в конце работы необходимо указать источники использованной литературы
- нумерация страниц текста -

Список использованных источников должен формироваться в алфавитном порядке по фамилии авторов

Включенная в список литература нумеруется сплошным порядком от первого до последнего названия.

По каждому литературному источнику указывается: автор (или группа авторов), полное название книги или статьи, место и наименование издательства (для книг и брошюр), год издания; для журнальных статей указывается наименование журнала, год выпуска и номер.

Приложения следует оформлять как продолжение реферата на его последующих страницах.

Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. Вверху страницы справа указывается слово "Приложение" и его номер. Приложение должно иметь заголовок, который располагается по центру листа отдельной строкой и печатается прописными буквами.

Приложения следует нумеровать порядковой нумерацией арабскими цифрами.

На все приложения в тексте работы должны быть ссылки. Располагать приложения следует в порядке появления ссылок на них в тексте.

Критерии оценки реферата

Оценка "отлично" выставляется за реферат, который носит исследовательский характер, содержит грамотно изложенный материал, с соответствующими обоснованными выводами.

Оценка "хорошо" выставляется за грамотно выполненный во всех отношениях реферат при наличии небольших недочетов в его содержании или оформлении.

Оценка "удовлетворительно" выставляется за реферат, который удовлетворяет всем предъявляемым требованиям, но отличается поверхностью, в нем просматривается непоследовательность изложения материала, представлены необоснованные выводы.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется за реферат, который не носит исследовательского характера, не содержит анализа источников и подходов по выбранной теме, выводы носят декларативный характер.

Интернет - ресурсы
1.Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" (статьи по математике): http://kvant.mirror1.mccme.ru/rub/1.htm

2.Открытая математика. http://www.mathematics.ru/courses/index.htm

Тема 4.2.Функции и её свойства.

Самостоятельная работа №13

Построение графиков тригонометрических функций

Цели: - закрепить навыки построения графиков тригонометрических функций путём преобразований

Форма работы: решение примеров по образцу

Время выполнения:2ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить способы построения графика, изучить образцы выполнения заданий

2. Изучить условие заданий для самостоятельной работы.

3. Выполнить задания самостоятельной работы

Методические указания

Памятка Основные способы построения графиков функций		
1)y= - f(x)	y= $\sqrt{x}$ y= - $\sqrt{x}$	*График функции y= - f(x) получается из графика функции y= f(x) симметричным его отражением относительно оси Ох.*
2)y=f(- x)	*y=tg x* *y=tg(-x)*	*График функции y=f(-x) получается из графика функции y=f(x) симметричным отражением его относительно оси Оу.*
3)y=f(x-a)	y=cos x	*График функции y=f(x-a) получается сдвигом вдоль оси Ох на величину |a| графика функции y=f(x) вправо,*

	$y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$ $y=\cos(x+\frac{\pi}{3})$	*если a>0, и влево, если a<0.*
4)y=f(x)+b	$y = x^2$ $y = x^2 - 5$ $y=x^2+3$	*График функции y=f(x)+b получается сдвигом графика функции y=f(x) вдоль оси Oy на величину |b| вверх, если b>0, и вниз, если b<0.*
5)y=kf(x)	$y = \sin x$ $y = 2\sin x$ $y=\frac{1}{2}\sin x$	*График функции y=kf(x) получается растяжением в k раз , если k>1, и сжатием в $^1/_k$ раз, если 0<k<1, вдоль оси Oy графика функции y=f(x).*
6)y=f(kx)	$y=\cos x$ $y=\cos(3x)$ $y=\cos(\frac{1}{3}x)$	*График функции y=f(kx) получается сжатием в k раз к оси Oy, если k>1, и растяжением в $^1/_k$ раз от оси Oy, если 0<k<1, графика функции y=f(x) .*
7)x=f(y)	$y=x^3$ $y=x^{\frac{1}{3}}$	*График функции x=f(y) симметричен относительно прямой y=x графику функции y=f(x).* *У функции x=f(y):* *y-независимая переменная,* *а x - зависимая переменная.*
8)y=|f(x)|	$y = \sin x$ $y = \|\sin x\|$	*Для построения графика функции y=|f(x)| надо сохранить ту часть графика функции y=f(x), точки которой находятся на оси Ox или выше оси Ox, и симметрично отразить относительно оси Ox ту часть графика функции y=f(x), которая расположена ниже оси Ox.*
9)y=f(|x|)	$y=\frac{4}{x}$; $y=\frac{4}{\|x\|}$	*Для построения графика функции y=f(|x|) надо сохранить ту часть графика функции y=f(x) точки которой находятся на оси Oy или справа от нее и симметрично отразить эту часть графика относительно оси Oy.*

задания самостоятельной работы

1) f(x) = 0,5 cos x

2) f(x) = 3 + sin x

3) f(x) = sin (x - П/4)

4)f(x) = 2cos (x /2 + П/3)

5)f(x)=-sin2x

6) y = 1 + cos 0,5x

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение функции.
2. Перечислите способы задания функции.
3. Дайте определение графика функции.
4. Перечислите основные типы преобразования графиков функций.

Тема 4.2.Функции и её свойства.

Самостоятельная работа №14

Исследование функций.

Цели : закрепление навыков умения исследовать функцию

Форма работы: решение примеров по алгоритму

Время выполнения: 1ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить схему исследования функции, изучить образец выполнения задания

2. Изучить условие заданий для самостоятельной работы.

3. Выполнить задания самостоятельной работы

Методические указания

Схема исследования функции.

1.Область определения, область значения функции.

2.а) четность, нечетность;

б) периодичность.

3.Координаты точек пересечения графика с осями координат.

4.Промежутки знакопостоянства.

5.Промежутки возрастания, убывания функции.

6.Точки экстремума.

7.Поведение точек в окрестностях характерных точек.

Пример:

f(x)=5-2x

1. Д (у)=R

   Е (у)=R

2. f(x)=5-2(-x)=5+2x не четная, ни нечетная.

3. Не периодическая.

4. Пересечение с осью у: x=0 y=5

   Пересечение с осью x : y=0 x=2,5.

5. f(x) > 0 при x <2,5;

   f(x) < 0 при x > 2,5.

6. f(x) убывает при x € R.

7. Т. экстремума нет.

Задания самостоятельной работы

Используя схему исследования , исследовать функции:

1. y= $x^4 + 4x^2$

2.y=$x^3 + x$

Тема 4.3.Тригонометрические уравнения и неравенства

Самостоятельная работа №15

Решение тригонометрических уравнений

Цели: -Закрепить навыки умения решать тригонометрические уравнения (простейшее, квадратное относительно $\sin x,\ \cos x,\ tgx$, однородное относительно $\sin x$ и $\cos x$, уравнение, решаемое разложением на множители левой части).

Форма работы: решение примеров

Время выполнения: 4ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить методы решения тригонометрических уравнений, изучить образец выполнения задания

2. Изучить условие заданий для самостоятельной работы.

3. Выполнить задания самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

Общие формулы решения тригонометрических уравнений

$\sin x = a, \quad \lvert a\rvert \le 1;$ $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \quad n \in z$	$\cos x = a, \quad \lvert a\rvert \le 1$ $x = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad n \in z$
$tg\, x = a$, a – *любое число* $x = arctg\, x + \pi n, \ n\epsilon z$	$ctg\, x = a$, a – *любое число* $x = arcctgx + \pi n, n\epsilon z$

Частные решения тригонометрических уравнений

$\sin x=0$ $x=\pi n, n\epsilon z$	$\sin x=1$ $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, \quad n\epsilon z$	$\sin x=-1$ $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, \ n\epsilon z$
$\cos x=0$ $x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\epsilon z$	$\cos x=1$ $x=2\pi n, n\epsilon z$	$\cos x=-1$ $x=\pi+2\pi n, \ n\epsilon z$

Методы решения тригонометрических уравнений

Метод замены переменной

Решение однородных тригонометрических уравнений

Метод разложения на множители

Тригонометрические уравнения, приводимые к уравнениям от одной тригонометрической функции одной переменной, решаются (как правило)

методом замены переменной

$a\sin^2 x + b\sin x + c = 0$
введем новую переменную
$\sin x = t, \ \lvert\rvert \le 1$
уравнение примет вид
$at^2 + bt + c = 0$
Решая квадратное уравнение, находим $t_1; t_2$
Вернемся к переменной x
$\sin x = t_1 \qquad \sin x = t_2$

$a\cos^2 x + b\cos x + c = 0$
введем новую переменную
$\cos x = t, \ \lvert t\rvert \le 1$
уравнение примет вид
$at^2 + bt + c = 0$
Решая квадратное уравнение, находим $t_1; t_2$
Вернемся к переменной x
cosx … $\cos x = t_2$

$a tg^2 x + b tg x + c = 0$
введем новую переменную
$tgx = t, \ t \in R$
уравнение примет вид
$at^2 + bt + c = 0$
Решая квадратное уравнение, находим $t_1; t_2$
Вернемся к переменной x
$tgx = t_1 \qquad tgx = t_2$

$f(x) = 0$

Приводим исходное уравнение к виду
$f_1(x)\, f_2(x) = 0$

Задача сводится к решению совокупности уравнений
$f_1(x) = 0$ или $f_2(x) = 0$

ПРИМЕР 1. Решите уравнение: $sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-1$.

РЕШЕНИЕ.

По формуле частного случая:

$$\frac{\pi}{4}-x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -x=-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ x=\frac{3\pi}{4}-2\pi n,\ n\in Z.$$

ПРИМЕР 2. Решите уравнение: $2cos\,3x=-\sqrt{2}$.

РЕШЕНИЕ.

Разделим левую и правую части уравнения на 2: $cos\,3x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

По формуле $t=\pm arccos\,a+2\pi n$ получаем:

$$3x=\pm arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi n,\ 3x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+2\pi n,\ 3x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n.$$

Разделим левую и правую части уравнения на 3: $x=\pm\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi n}{3},\ n\in Z$.

ПРИМЕР 3. Решите уравнение: $3tg\,\frac{5}{3}x-1=0$.

РЕШЕНИЕ.

Выразим $tg\,\frac{5}{3}x$: $3tg\,\frac{5}{3}x=1,\ tg\,\frac{5}{3}x=\frac{1}{3}$.

По формуле $t=arctga+\pi n$ получаем: $\frac{5}{3}x=arctg\,\frac{1}{3}+\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на $\frac{5}{3}$: $x=\frac{3}{5}arctg\,\frac{1}{3}+\frac{3\pi n}{5},\ n\in Z$.

Пример 4: $2\sin^2 x-5\sin x+2=0$

Решение. Введем новую переменную: z = sin x. Тогда уравнение примет вид: $2z^2-5z+2=0$. Решая квадратное уравнение находим $z_1=2$ и $z_2=\frac{1}{2}$.

Значит, либо sin x = 2, либо sin x = $\frac{1}{2}$. Первое уравнение не имеет корней, а из второго находим

$x=(-1)^n\arcsin\frac{1}{2}+\pi n,\ n\epsilon z$

$x=(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n, n\epsilon z$

Пример 5: $\cos^2 x-\sin^2 x-\cos x=0$

Решение:

Воспользуемся тем, что $\sin^2 x=1-\cos^2 x$

Тогда заданное уравнение можно записать в виде:

$\cos^2 x-(1-\cos^2 x)-\cos x=0$

После преобразования получим:

$2\cos^2 x-\cos x-1=0$

Введем новую переменную z = cos x. Тогда данное уравнение примет вид:

$2z^2 - z - 1 = 0$. Решая его, находим $z_1 = 1$, $z_2 = -\frac{1}{2}$

Значит, либо cos x = 1, либо cos x = $-\frac{1}{2}$

Решая первое уравнение cos x = 1, как частное, находим его решение

$x = 2\pi n, \quad n\epsilon z$.

Решая второе уравнение, находим решение:

$x = \pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n\epsilon z$

$x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, \quad n\epsilon z$

$x = \pm(\pi - \frac{\pi}{3}) + 2\pi n, \quad n\epsilon z$

$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \quad n\epsilon z$

Задания самостоятельной работы

Вариант 1

1.Решить уравнения:

а) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

б) $2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$

в) $3sin^2x - 5sinx - 2 = 0$

г) $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$

д) $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$

2. Решите однородные уравнения:

а) $\sin x - \cos x = 0$

б) $3\sin^2 x + 4\sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0$

Вариант 2

1.Решить уравнения:

а) $2\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{2} = 0$

б) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos\frac{\pi}{6}$

в) $6\cos^2x + cosx - 1 = 0$

г) $2\cos^2 x + 5\cos x + 2 = 0$

д) $-2\sin^2 x + 5\cos x + 4 = 0$

2. Решите однородные уравнения:

а) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$

б) $\sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos x + 2\cos^2 x = 0$

Контрольные вопросы:

а) Дайте определения арксинуса, арккосинуса арктангенса и арккотангенса числа a.

б) Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

в) Какой вид имеет квадратное относительно $sin\, x,\ cos\, x,\ tgx$ тригонометрическое уравнение? Объясните алгоритм его решения.

г) Какой вид имеет однородное относительно $sin\, x$ и $cos\, x$ тригонометрическое уравнение? Какова методика его решения?

д) Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

Тема 4.3.Тригонометрические уравнения и неравенства

Самостоятельная работа №16

Решение тригонометрических неравенств

Цель : закрепить навыки решения тригонометрических неравенств

Форма работы: решение примеров

Время выполнения: 4ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить методы решения тригонометрических неравенств, изучить образец выполнения задания

2. Изучить условие заданий для самостоятельной работы.

3. Выполнить задания самостоятельной работы

Методические указания

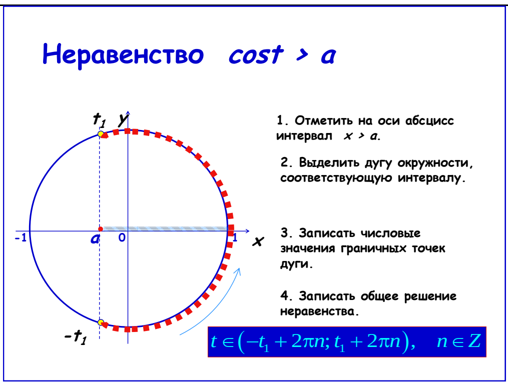
Теоретический материал

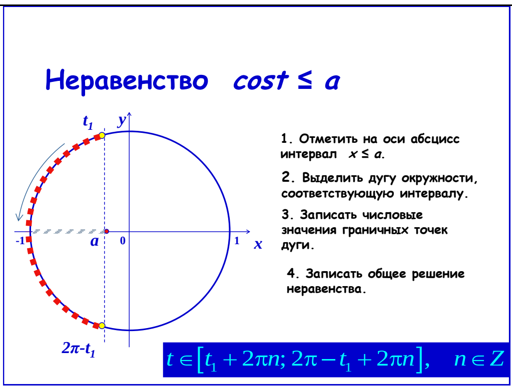
К простейшим тригонометрическим неравенствам относятся неравенства вида:

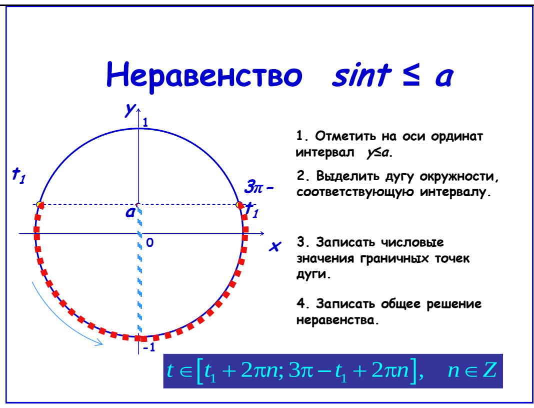
$\cos t \ge a\,(\cos t \le a)$ $\sin t \ge a\,(\sin t \le a)$ $tg\, t \ge a\,(tg\, t \le a)$ $ctg\, t \ge a\,(ctg\, t \le a)$

Алгоритм решения тригонометрических неравенств с помощью единичной окружности:

1. На оси, соответствующей заданной тригонометрической функции, отметить данное числовое значение этой функции.
2. Провести через отмеченную точку прямую, пересекающую единичную окружность.
3. Выделить точки пересечения прямой и окружности с учетом строгого или нестрогого знака неравенства.
4. Выделить дугу окружности, на которой расположены решения неравенства.
5. Определить значения углов в начальной и конечной точках дуги окружности.
6. Записать решение неравенства с учетом периодичности заданной тригонометрической функции.

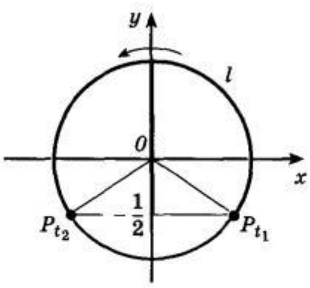






Пример . Решить неравенство sint > -1/2.

Рисуем единичную окружность. Так как sin(t) по определению - это координата у, отмечаем на оси Oy точку y = -1/2. Проводим через неё прямую, параллельную оси Ox. В местах пересечения прямой с графиком единичной окружности отмечаем точки Pt1 и Pt2. Соединяем двум отрезками начало координат с точками Pt1 и Pt2.



Решением данного неравенства будут все точки единичной окружности расположенные выше данных точек. Другими словами решением будет являться дуга l.. Теперь необходимо указать условия, при которых произвольная точка будет принадлежать дуге l. Pt1 лежит в правой полуокружности, её ордината равна -1/2, тогда t1=arcsin(-1/2) = - п/6. Для описания точки Pt1 можно записать следующую формулу:
t2 = п – arcsin(-1/2) = 7п/6

Мы сохраняем знаки неравенств. А так как функция синус функция периодичная, значит решения будут повторяться через каждые 2п. Это условие добавляем к полученному неравенству для t и записываем ответ.

Ответ: -п/6+2пn < t < 7п/6 + 2пn, при любом целом n.

задания самостоятельной работы

1 вариант

Решите неравенства:

а) $\sin x \leq \frac{1}{2}$; б) $\mathrm{tg}\, 2x > -\frac{\sqrt{3}}{3}$

г) $\cos x \le -\frac{\sqrt{3}}{2}$; *д)* $\mathrm{ct}g\, x > \sqrt{3}$

е) cosx <0,5

2 вариант

Решите неравенства:

а) $\cos x \le -\frac{1}{2}$; *б)* $\mathrm{ct}g3\, x < \frac{\sqrt{3}}{3}$

г) $\sin x \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$; *д)* $\mathrm{t}g\, x \le -1$

е) sinx $>\frac{1}{2}$

Тема 5.2. Производная

Самостоятельная работа №17

Решение заданий по теме " Производная"

Цели: -закрепить навыки умения вычислять производные функций

Форма работы: решение примеров

Время выполнения: 8ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1. Повторить формулы и правила вычисления производных функции

2.Изучить условие заданий для самостоятельной работы

3. Выполнить задания

Методические указания

Теоретический материал

Таблица производных

$$(c)' = 0,\ c = \mathrm{const}$$
$$(x^n)' = nx^{n-1}$$
$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$
$$(e^x)' = e^x$$
$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$
$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$
$$(\sin x)' = \cos x$$
$$(\cos x)' = -\sin x$$
$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$
$$(\mathrm{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$
$$(\mathrm{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$
$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$(\mathrm{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$
$$(\mathrm{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$
$$(\mathrm{sh}\, x)' = \mathrm{ch}\, x$$
$$(\mathrm{ch}\, x)' = \mathrm{sh}\, x$$
$$(\mathrm{th}\, x)' = \frac{1}{\mathrm{ch}^2 x}$$
$$(\mathrm{cth}\, x)' = -\frac{1}{\mathrm{sh}^2 x}$$

Правила дифференцирования

1) Если функции f и d имеют производную в точке x, то их сумма тоже дифференцируема в точке x. При этом производная суммы равна сумме производных:

$$(f(x) + d(x))' = f'(x) + d'(x)$$

2) Если функции f и d дифференцируемы в точке x, то их произведение тоже дифференцируемо в точке x, при этом:

$$(f(x) \cdot d(x))' = f'(x) \cdot d(x) + f(x) \cdot d'(x)$$

3) Если функции f и d имеют производную в точке x и функция d в этой точке не равна нулю, то их частное тоже дифференцируемо в точке x, при этом:

$$\left(\frac{f(x)}{d(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot d(x) - f(x) \cdot d'(x)}{d^2(x)}$$

4) Постоянный множитель можно вынести за знак производной. Говоря иначе, если функция f дифференцируема в точке x, а k – постоянная, то функция kf тоже дифференцируема в точке x:

$$(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$$

Пример 1 : Вычислить производную функции: $y = x^3 - 3x^2 - \frac{1}{6}x^{-6} + 5;$

По формулам дифференцирования получим

$$y' = \left(x^3 - 3x^2 - \frac{1}{6}x^{-6} + 5\right)' = \left(x^3\right)' - 3\left(x^2\right)' - \frac{1}{6}\left(x^{-6}\right)' + 5' =$$

$$= 3x^{3-1} - 3 \cdot 2x^{2-1} - \frac{1}{6} \cdot (-6)x^{-6-1} + 0 = 3x^2 - 6x + x^{-7}.$$

Пример 2. $y = \frac{2x^2}{x^2 - 5};$

$$y' = \left(\frac{2x^2}{x^2 - 5}\right)' = \frac{\left(2x^2\right)'\left(x^2 - 5\right) - 2x^2\left(x^2 - 5\right)'}{\left(x^2 - 5\right)^2} =$$

$$= \frac{4x\left(x^2 - 5\right) - 2x^2 \cdot 2x}{\left(x^2 - 5\right)^2} = \frac{4x}{\left(x^2 - 5\right)} - \frac{4x^3}{\left(x^2 - 5\right)^2}.$$

Задания самостоятельной работы

1 вариант

1.Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

1) $y = 2x^2 + 6 - 3x$ *2)* $y = 9x - \frac{5}{6}x^6$

3) $y = -x^6 + 3\sin x + 2$ *4)* $y = (x^2 + 4x)(3x^2 + 2)$

5) $y = x^6 \cdot \sin x$ *6)* $y = \frac{x+5}{x+3}$

7) $y = \sin 8x$ *8)* $y = (4x\text{-}5)^5$

9) $y = \sqrt{8x^2 - 3}$ *10)* $y = -4x^4 + 5x + x - 2$

11) $y = 3\cos x - x^2 + 5$ *12)* $y = x^{-2} + \frac{1}{x^3}$

13) $y = (-x^5 + 3x)(1{,}5x^2 + 1)$ *14)* $y = \mathrm{tg}\,(4x\text{-}5)$

15) $y = 2\sqrt{x} \cdot tgx$ *16)* $y = \frac{x^2 - 2}{x^2 - 3x}$

2. Решите уравнение f/ (x) = 0

а)$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12$ б) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 - 9x + 15$ в) $f(x) = \left(4 - \sqrt{x}\right)^2$

3. Решите неравенство f/ (x) > 0

а)$f(x) = 8x - \frac{2}{3}x^3$ б) $f(x) = 4x - \frac{1}{3}x^3$ в) $f'(x) \prec 0$, если $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

2 вариант

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

1) $y = 6x^3 + 2x - 3$ *2)* $y = 2 - 4x^3 - 3\cos x$

3) $y = x^5 + \frac{1}{x}$ *4)* $y = (1 - 2x^3)(3x + x)$

5) $y = x^3 \cdot \cos x$ *6)* $y = \frac{x-2}{x+5}$

7) $y = \cos\,(3x + 4)$ *8)* $y = (-5x + 4)^3$

9) $y = \sqrt{-2x^3 - 13}y$ *10)* $y = 2x^4 - x^2 + 6x - 1$

11) $y = x^{-3} + \frac{1}{x^4}$ *12)* $y = 3tgx - 2x^3 - x$

13) $y=(x-2x^6)(3x^3+5)$ *14)* $y=\frac{x^3+1}{x^2-2x}$

15) $y=\frac{\sqrt{x}}{\cos x}$ *16)* y = ctg (3x+4)

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$

а) f(x) = $\frac{x^3}{3}$ -1.5x^2-4x б) f(x) = $\frac{2x^3}{3}$ -2x^2 + 7x -3 в) $f(x)=x^4-2x^2+1$

3. Решите неравенства $f'(x) > 0$

а)f(x) = 2x^3 - 3x^2 б)f(x) = x^3+1.5x^2 **в)** $f'(x)>0$, если $f(x)=2x^3-9x^2+12x+5$.

Контрольные вопросы:

1) Сформулируйте определение производной функции.

2) Сформулируйте правила вычисления производных алгебраических функций.

Самостоятельная работа №18

Реферат на тему: «Дифференциал и его приложения»

Цели: развитие познавательного интереса, воспитание информационной культуры

Форма работы: подготовка реферата

Время выполнения: 2ч

Контроль выполнения: проверка и оценка реферата

Методические указания

Содержание реферата **(см. Приложение 1-3)**

Реферат, как правило, должен содержать следующие структурные элементы:

1.титульный лист;
2.содержание;
3.введение;
4.основная часть;
5.заключение;
6.список использованных источников;
7.приложения (при необходимости).

Рекомендуемый объем структурных элементов реферата

Наименование частей реферата	*Количество страниц*
Титульный лист	1
Содержание (с указанием страниц)	1
Введение	2
Основная часть	7-10
Заключение	1-2
Список использованных источников	1
Приложения	Без ограничений

В содержании приводятся наименования структурных частей реферата, глав и параграфов его основной части с указанием номера страницы, с которой начинается соответствующая часть, глава, параграф.

Во введении дается общая характеристика реферата: обосновывается актуальность выбранной темы; определяется цель работы и задачи, подлежащие решению для её достижения; описываются объект и предмет исследования, информационная база исследования, а также кратко характеризуется структура реферата по главам.

Основная часть должна содержать материал, необходимый для достижения поставленной цели и задач, решаемых в процессе выполнения реферата. Она включает 2-3 главы, каждая из которых, в свою очередь, делится на 2-3 параграфа. Содержание основной части должно точно соответствовать теме проекта и полностью её раскрывать. Главы и параграфы реферата должны раскрывать описание решения поставленных во введении задач. Поэтому заголовки глав и параграфов, как правило, должны соответствовать по своей сути формулировкам задач реферата. Заголовка "ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ" в содержании реферата быть не должно.

Главы основной части реферата могут носить теоретический, методологический и аналитический характер.

Обязательным для реферата является логическая связь между главами и последовательное развитие основной темы на протяжении всей работы, самостоятельное изложение материала, аргументированность выводов. Также обязательным является наличие в основной части реферата ссылок на использованные источники.

Изложение необходимо вести от третьего лица («Автор полагает...») либо использовать безличные конструкции и неопределенно-личные предложения («На втором этапе исследуются следующие подходы…», «Проведенное исследование позволило доказать...» и т.п.).

В заключении логически последовательно излагаются выводы, к которым пришел студент в результате выполнения реферата. Заключение должно кратко характеризовать решение всех поставленных во введении задач и достижение цели реферата.

Список использованных источников является составной частью работы и отражает степень изученности рассматриваемой проблемы. Количество источников в списке определяется студентом самостоятельно, для реферата их рекомендуемое количество от 4 до 5. При этом в списке обязательно должны присутствовать источники, изданные в последние 3 года.

В приложения следует относить вспомогательный материал, который при включении в основную часть работы загромождает текст (таблицы вспомогательных данных, инструкции, методики, формы документов и т.п.).

Оформление реферата

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы в виде реферата необходимо соблюдать следующие требования:

- на одной стороне листа белой бумаги формата А-4
- размер шрифта-12; Times New Roman, цвет - черный
- междустрочный интервал - одинарный
- поля на странице – размер левого поля – 2 см, правого- 1 см, верхнего-2см, нижнего-2см.
- отформатировано по ширине листа
- на первой странице необходимо изложить план (содержание) работы.
- в конце работы необходимо указать источники использованной литературы
- нумерация страниц текста -

Список использованных источников должен формироваться в алфавитном порядке по фамилии авторов.

Включенная в список литература нумеруется сплошным порядком от первого до последнего названия.

По каждому литературному источнику указывается: автор (или группа авторов), полное название книги или статьи, место и наименование издательства (для книг и брошюр), год издания; для журнальных статей указывается наименование журнала, год выпуска и номер.

Приложения следует оформлять как продолжение реферата на его последующих страницах.

Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. Вверху страницы справа указывается слово "Приложение" и его номер. Приложение должно иметь заголовок, который располагается по центру листа отдельной строкой и печатается прописными буквами.

Приложения следует нумеровать порядковой нумерацией арабскими цифрами.

На все приложения в тексте работы должны быть ссылки. Располагать приложения следует в порядке появления ссылок на них в тексте.

Критерии оценки реферата

Оценка "отлично" выставляется за реферат, который носит исследовательский характер, содержит грамотно изложенный материал, с соответствующими обоснованными выводами.

Оценка "хорошо" выставляется за грамотно выполненный во всех отношениях реферат при наличии небольших недочетов в его содержании или оформлении.

Оценка "удовлетворительно" выставляется за реферат, который удовлетворяет всем предъявляемым требованиям, но отличается поверхностью, в нем просматривается непоследовательность изложения материала, представлены необоснованные выводы.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется за реферат, который не носит исследовательского характера, не содержит анализа источников и подходов по выбранной теме, выводы носят декларативный характер.

Интернет - ресурсы

1.Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" (статьи по математике): http://kvant.mirror1.mccme.ru/rub/1.htm

2.Открытая математика. http://www.mathematics.ru/courses/index.htm

Тема 5.3.Применение непрерывности и производной

Самостоятельная работа №19

Решение заданий по теме "Применение непрерывности и производной"

Цели: -закрепление навыков применения производной при решении задач

Форма работы: решение примеров по образцу

Время выполнения: 8ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1 . С помощью обучающей таблицы повторить план исследования функции и изучить образцы решенных примеров.

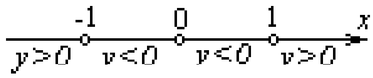
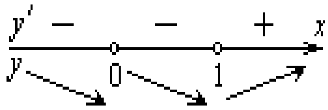
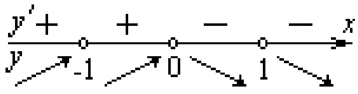
2.Выполнить задания для самостоятельной работы

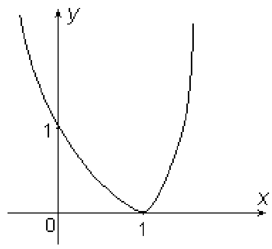
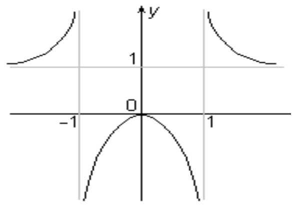
Методические указания

ОБУЧАЮЩАЯ ТАБЛИЦА

Задание. Исследуйте и постройте графики функции:

а) $f(x)=3x^4-4x^3+1$; б) $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}$.

№ шага	План исследования Функции	Применение плана	
		а) $f(x)=3x^4-4x^3+1$	б) $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}$
1	Находим область определения функции	$D(f)=R$	$x^2-1=0$, $x=\pm1$, $D(f)=(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup$ $\cup(1;+\infty)$
2	Исследуем функцию на четность, нечетность	$f(-x)=3x^4+4x^3+1\neq\pm f($ $\Rightarrow$ функция ни четная, ни нечетная	$f(-x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}=f(x)$ $\Rightarrow$ функция четная
3	Находим нули (корни) функции и промежутки её знакопостоянства	$3x^4-4x^3+1=0,\ (3x^4-3x^3$ $-(x^3-1)=0$, $(x-1)^2(3x^2+2x+1)=0$, $x-1=0$, $x=1$ - нуль функции	$\dfrac{x^2}{x^2-1}=0$, $x=0$ - нуль функции 
4	Находим производную функции и её критические точки	$f'(x)=(3x^4-4x^3+1)'=12x$ $-12x^2=12x^2(x-1)$, $f'(x)=0\Rightarrow x=0;1$ - критические точки функции	$f'(x)=\left(\dfrac{x^2}{x^2-1}\right)'=$ $=\dfrac{2x(x^2-1)-2x^3}{(x^2-1)^2}=-\dfrac{2x}{(x^2-1)^2}$ $f'(x)=0\Rightarrow x=0$ - критическая точка функции
5	Находим промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции	 $y'(-1)<0, y'(0{,}5)<0, y'(2)>$ x=0 – не является точкой экстремума, x=1 – точка	 $y'(-2)>0, y'(-0{,}5)>0$, $y'(0{,}5)<0, y'(2)<0$, x=0 – точка максимума,

		минимума, $y_{min} = y(1) = 0$	$y_{max} = y(0) = 0$
6	Находим предел функции при $x \to \pm\infty$	$\lim\limits_{\Delta x \to \pm\infty} \left(3x^4 - 4x^3 + 1\right) = \infty$	$\lim\limits_{\Delta x \to \pm\infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = 1$
7	Строим эскиз графика функции		

Задания самостоятельной работы

1. Выполнить № 249,262,271,272,280,283,290,295,300,310 (по учебнику Колмогоров А.Н.Алгебра и начала анализа,10-11.)

При выполнении № 249 используйте метод интервалов

При выполнении № 262 используйте формулу приближенного вычисления

При выполнении № 271-272 используйте механический смысл производной

При выполнении № 280-283 используйте достаточный признак возрастания и убывания функции

При выполнении № 290, 295 используйте признак максимума и минимума функции

При выполнении № 300, 310 примените схему исследования функции

2. Выполните задание по вариантам

Вариант 1.

1. а)Исследуйте функцию а) $f(x) = \frac{x}{2} - x^4$ б) $f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 5$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию и постройте ее график.

   а) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$

   б) $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 1{,}5x^2$
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[0;3]$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$ на отрезке $[0;4]$

Вариант 2.

1. Исследуйте функцию а) $f(x) = x^3 - 3x$ б) $f(x) = 12x - x^3$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию и постройте ее график.

   а) $f(x) = 2x^3 - 3x^2$

   б) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{5}x^5$

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[-3;5]$

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 3x$ на отрезке $[-1,5;2]$

Контрольные вопросы:

1) Какую точку называют критической (стационарной) точкой функции
2) Сформулируйте признак возрастания (убывания) функции
3) Сформулируйте признак максимума (минимума) функции.
4) Опишите схему исследования функции.

Тема 6.1. Первообразная , правила нахождения.

Самостоятельная работа №20

Вычисление первообразной функции

Цели: -закрепление навыков вычисления первообразной функции

Форма работы: решение примеров

Время выполнения: 3ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить правила вычисления первообразных

2.Изучить образцы решенных примеров.

3.Выполнить задания для самостоятельной работы.

Методические указания

Правила нахождения первообразных

Правило 1

Если F есть первообразная для f, а G — первообразная для g, то F+G есть первообразная для f+g.

Действительно, так как F'=f и G'=g, по правилу вычисления производной суммы имеем:

$$(F+G)'=F'+G'=f+g.$$

Правило 2

Если F есть первообразная для f, а k — постоянная, то функция kF — первообразная для kf.

Действительно, постоянный множитель можно выносить за знак производной, поэтому

$$(kF)'=kF'=kf.$$

Правило 3 :

Если F (x) есть первообразная для f (x), а k и b — постоянные, причем k≠0, то $\frac{1}{k}F(kx+b)$ **есть первообразная для f (kx+b).**

Действительно, по правилу вычисления производной сложной функции имеем:

$$\left(\frac{1}{k}F(kx+b)\right)' = \frac{1}{k}F'(kx+b) * k = f(kx+b)$$

Функция	Первообразная	Функция	Первообразная
1) $f(x)=k$	$F(x)=kx$	6) $f(x)=\sin x$	$F(x)=-\cos x$
2) $f(x)=x^r$ $(r\neq -1)$	$F(x)=\frac{x^{r+1}}{r+1}$	7) $f(x)=\cos x$	$F(x)=\sin x$
		8) $f(x)=\frac{1}{\sin^2 x}$	$F(x)=-\operatorname{ctg} x$
3) $f(x)=\frac{1}{x}$	$F(x)=\ln\lvert x\rvert$	9) $f(x)=\frac{1}{\cos^2 x}$	$F(x)=\operatorname{tg} x$
4) $f(x)=e^x$	$F(x)=e^x$	10) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$F(x)=\arcsin x$
5) $f(x)=a^x$	$F(x)=\frac{a^x}{\ln a}$	11) $f(x)=\frac{1}{1+x^2}$	$F(x)=\operatorname{arctg} x$

Пример 1. Выясните, является ли $F(x)=\frac{2}{9}x^3-3x+\cos x-1$ первообразной для функции $f(x)=\frac{2}{3}x^2-3-\sin x$ на $\boldsymbol{R}$?

РЕШЕНИЕ. Находим

$$F'(x)=\left(\frac{2}{9}x^3-3x+\cos x\right)'=\frac{2}{9}\cdot 3x^2-3\cdot 1+(-\sin x)=\frac{2}{3}x^2-3-\sin x=f(x).$$

Следовательно, по определению $F(x)=\frac{2}{9}x^3-3x+\cos x-1$ является первообразной для функции $f(x)=\frac{2}{3}x^2-3-\sin x$ на **R**.

Пример 2. Для функции $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\cos^2 x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4};1+2\sqrt{\pi}\right)$.

РЕШЕНИЕ. По основному свойству первообразных любая первообразная функции $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\cos^2 x}$ записывается в виде $F(x)=2\cdot 2\sqrt{x}-tgx+C=4\sqrt{x}-tgx+C$. Координаты точки $M\left(\frac{\pi}{4};1+2\sqrt{\pi}\right)$ графика искомой первообразной должны удовлетворять уравнению:

$$1+2\sqrt{\pi}=4\sqrt{\frac{\pi}{4}}-tg\frac{\pi}{4}+C.$$

Отсюда находим, что

$$1+2\sqrt{\pi}=2\sqrt{\pi}-1+C,$$

$$C=2.$$

Следовательно, уравнение искомой первообразной имеет вид: $F(x)=4\sqrt{x}-tgx+2$.

Задания самостоятельной работы:

1. Выполнить № 327,334,346,347 (по учебнику Колмогоров А.Н.Алгебра и начала анализа,10-11.) (при выполнении заданий использовать определение первообразной, правила вычисления первообразной)

2. Выполнить задание:

Вариант 1.

1. Является ли функция

   а) $F(x)=x^2+3x+1$ первообразной для функции $f(x)=2x+3$ на **R**?

   б) $F(x)=\frac{1}{x^2}-\sin x$ первообразной для функции $f(x)=-\frac{1}{x^3}-\cos x$ на **R**?

2. а) Для функции $f(x)=\sin 2x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4};-2\right)$.

б) Для функции $f(x)=\frac{1}{(2x-1)^3}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(1;2)$.

Вариант 2.

1. Является ли функция

а) $F(x)=x^2-x$ первообразной для функции $f(x)=2x-1$ на ***R***?

б) $F(x)=-\frac{x^4}{4}+5x+2$ первообразной для функции $f(x)=-x^3+5$ на ***R***?

2. а) Для функции $f(x)=(4-5x)^3$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(1;\frac{1}{20}\right)$.

б) Для функции $f(x)=sin3x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{12};0\right)$.

Контрольные вопросы:

1) Что называется первообразной функции

2) Сформулируйте основное свойство первообразной.

3) Сформулируйте три правила нахождения первообразных.

Тема 6.2. Интеграл, применение интеграла.

Самостоятельная работа №21

Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей

Цели: закрепить навыки применения определённых интегралов к вычислению площади плоских фигур

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 3ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.С помощью обучающей таблицы повторить план вычисления площади криволинейной трапеции и изучить образцы решенных задач.

2.Выполнить задания самостоятельной работы

Методические указания

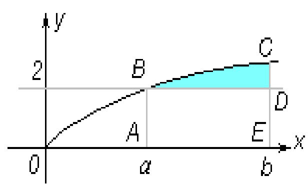
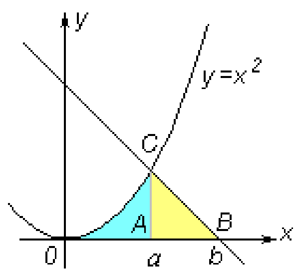
Определение. Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a;b]$ знака функции $f(x)$, прямыми $x=a,\ x=b$ и отрезком $[a;b]$. Площадь S криволинейной трапеции находится по формуле

$$S=\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a).\ (*)$$

Задание. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=\sqrt{x},\ y=2,\ x=9$;   б) $y=x^2,\ y=2-x,\ y=0$.

ОБУЧАЮЩАЯ ТАБЛИЦА

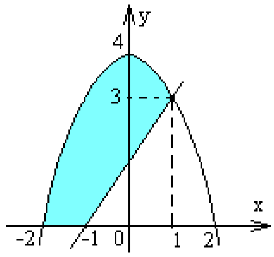
№ шага	План вычисления площади криволинейной трапеции	Применение плана а) $y=\sqrt{x},\ y=2,\ x=9$	Применение плана б) $y=x^2,\ y=2-x,\ y=0$
1	Строим заданные линии и штриховкой отмечаем фигуру, площадь которой надо найти. Установим, является ли эта фигура криволинейной трапецией		
2	Записываем формулу для вычисления площади искомой фигуры	$S=S_{ABCDE}-S_{ABDE}=$ $=\int_a^b\sqrt{x}dx-\int_a^b 2dx$	$S=S_{OAC}+S_{ACB}=$ $=\int_0^a x^2dx+\int_a^b(2-x)dx$
3	Находим пределы интегрирования	$\begin{cases} y=\sqrt{x}, \\ y=2; \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4$, $a=x_A=4,\ b=x_B=9$	$\begin{cases} y=x^2, \\ y=2-x; \end{cases} \Rightarrow$ $\Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow x=-2;1$

4	Вычисляем искомую площадь по формуле (*)	$S=\int\limits_4^9\sqrt{x}dx-\int\limits_4^9 2dx=\left.\frac{2x^{3/2}}{3}\right\|_4^9-$ $-\left.2x\right\|_4^9=\frac{2}{3}(27-8)-2(9-4)=$ $=\frac{8}{3}$, $S=2\frac{2}{3}$ (кв.ед.)	$S=\int\limits_0^1 x^2dx+\int\limits_1^2(2-x)dx=$ $=\left.\frac{x^3}{3}\right\|_0^1+\left.\left(2x-\frac{x^2}{2}\right)\right\|_1^2=\frac{1}{3}+$ $+\left(4-\frac{4}{2}\right)-\left(2-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{6}$, $S=\frac{5}{6}$ (кв.ед.)

Задания самостоятельной работы

Вариант 1

1. *Выберите правильный вариант ответа.*
2. Площадь фигуры, изображенной на рисунке, вычисляется по формуле:



а) $S=\int\limits_{-2}^{2}\left(x^2-2\right)dx-2$;

б) $S=\int\limits_{-1}^{1}\left(x^2+2\right)dx+2$;

в) $S=\int\limits_{-2}^{1}\left(x^2+2\right)dx-2$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=\sqrt{x-1},\ \ y=2,\ \ y=0,\ \ x=0$

б) $y=x^2-2x+4,\ \ \ y=3,\ \ \ x=-1$

в) $y=6+x-x^2,\ \ \ y=6-2x$

Вариант 2.

1. *Выберите правильный вариант ответа.*
 Площадь фигуры, изображенной на

рисунке, вычисляется по формуле:

а) $S=\int\limits_{-2}^{1}\left(x^2+4\right)dx-3$;

б) $S = \int\limits_{-2}^{2} \left(-x^2 + 4\right)dx + 3;$

в) $S = \int\limits_{-2}^{1} \left(4 - x^2\right)dx - 3.$

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = \sqrt{x+1},\ \ y = 2,\ \ y = 0,\ \ x = -2$

б) $y = 4x - x^2,\quad y = 4 - x$

в) $y = x^2 - 4x + 6,\quad y = 1,\ \ x = 1,\ \ x = 3$

Тема 6.2. Интеграл, применение интеграла.

Самостоятельная работа №22

Решение примеров по Формуле Ньютона - Лейбница

Цель: закрепление навыков умения вычислять интегралы

Форма работы: решение примеров

Время выполнения: 2ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить таблицу интегралов, свойства неопределённого интеграла

2.Изучить образец решенного примера.

3.Выполнить задания для самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

Определение: **Неопределенным интегралом** функции f(x) называется совокупность первообразных функций, которые определены соотношением:
F(x) + C. Записывают: $\int f(x)dx = F(x) + C$, где $F(x)$- есть некоторая первообразная функции $f(x)$ на этом промежутке, C – const. При этом знак $\int$ называется знаком интеграла, $f(x)$ - подынтегральной функцией, $f(x)dx$ - подынтегральным выражением, x - переменная интегрирования, С- постоянная интегрирования.

Операция нахождения неопределенного интеграла от данной функции называется интегрированием данной функции.

Интегрирование – операция, обратная операции дифференцирования. У всякой непрерывной на данном интервале функции существует неопределенный интеграл.

Таблица неопределенных интегралов

$\int dx = x + C$	$\int sinxdx = -cosx + C$	$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctg\frac{x}{a} + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\int cosxdx = sinx + C$	$\int tgxdx = -ln\|cosx\| + C$
$\int \frac{dx}{x} = ln\|x\| + C$	$\int \frac{dx}{sin^2x} = -ctgx + C$	$\int ctgxdx = ln\|x\| + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{lna} + C$	$\int \frac{dx}{cos^2x} = tgx + c$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = arcsin\frac{x}{a} + C$
$\int \ell^x dx = \ell^x + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$	$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} ln\left\|\frac{x-a}{x+a}\right\| + C$

Свойства неопределенного интеграла:

$\int dF(x) = F(x) + C;$

$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx;$

$$\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx;$$

$\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C;$

ПРИМЕР . Вычислите интеграл $\int_{-2}^{2}\left(-4x+4+x^2\right)dx$.

РЕШЕНИЕ. Найдем множество всех первообразных для функции $-4x+4+x^2$:

$$F(x) = -4\cdot\frac{x^2}{2} + 4\cdot x + \frac{x^3}{3} + C = -2x^2 + 4x + \frac{x^3}{3} + C\ .$$

Пользуясь формулой Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{-2}^{2}\left(-4x+4+x^2\right)dx = \left(-2x^2+4x+\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{2} = \left(-2\cdot 2^2+4\cdot 2+\frac{2^3}{3}\right) - \left(-2\cdot(-2)^2+4\cdot(-2)+\frac{(-2)^3}{3}\right) =$$

$$= \left(-8+8+\frac{8}{3}\right) - \left(-8-8-\frac{8}{3}\right) = 21\frac{1}{3}\ .$$

О т в е т: $21\frac{1}{3}$.

Задания самостоятельной работы

Выполнить № 362,363,366,371 (по учебнику Колмогоров А.Н.Алгебра и начала анализа,10-11.)

При выполнении № 371 воспользуйтесь формулой объёма.

Контрольные вопросы:

а) Что называется интегралом?

б) Формула Ньтона-Лейбница.

Тема 7.1. Обобщение понятия степени.

Самостоятельная работа №23

Тождественные преобразования над степенными выражениями

Цели: -формирование навыков умения использовать свойства степени

Форма работы: решение примеров

Время выполнения: 2ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

2.Изучить образцы решенных примеров.

3.Выполнить задания для самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

Формулы и свойства степеней используются при сокращении и упрощении сложных выражений, при решении уравнений и неравенств.

1. $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$

2. $a^1 = a$

3. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

4. $(a^n)^m = a^{nm}$

5. $a^n b^n = (ab)^n$

6. $a^{-n} = 1a^n$

7. $a^n a^m = a^{n-m}$

8. $a^{1/n} = {}^n\sqrt{a}$

Корень n -степени

$$
\begin{aligned}
&1)\ \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a\\
&2)\ \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n\cdot k]{a^{m\cdot k}}\\
&3)\ \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\cdot b}\\
&4)\ \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}\\
&5)\ \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}\\
&6)\ \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}
\end{aligned}
$$

Примеры и последовательность выполнения заданий

Пример 1. Вычислить

а) $9^{\frac{3}{2}}+27^{\frac{2}{3}}-\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}=(3^2)^{\frac{3}{2}}+(3^3)^{\frac{2}{3}}-(2^{-4})^{-\frac{3}{4}}=3^3+3^2-2^3=27+9-8=28$

б) $\sqrt[3]{12+4\sqrt{5}}*\sqrt[3]{12-4\sqrt{5}}=\sqrt[3]{(12+4\sqrt{5})*(12-4\sqrt{5})}=\sqrt[3]{144-80}=\sqrt[3]{64}=4$

в) $(9+\sqrt{73})^{\frac{1}{3}}*(9-\sqrt{73})^{\frac{1}{3}}=\left((9+\sqrt{73})(9-\sqrt{73})\right)^{\frac{1}{3}}=\left((9^2-\sqrt{73})^2\right)^{\frac{1}{3}}=8^{\frac{1}{3}}=2^{3*\frac{1}{3}}=2$

г) $(\left(\sqrt{3^3}+\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^3}\right):\left(\sqrt{3}+\sqrt{\frac{1}{3}}\right)=\left(\sqrt{3}+\sqrt{\frac{1}{3}}\right)*\left[\left(\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{3}*\sqrt{\frac{1}{3}}+\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2\right]:\left(\sqrt{3}+\sqrt{\frac{1}{3}}\right)=$
$\mathbf{3-1+\frac{1}{3}=2\frac{1}{3}}$

д) $\frac{9-4\sqrt{5}}{9+4\sqrt{5}}+\frac{9+4\sqrt{5}}{9-4\sqrt{5}}=\frac{\left(9-4\sqrt{5}\right)^2+\left(9+4\sqrt{5}\right)^2}{\left(9+4\sqrt{5}\right)\left(9-4\sqrt{5}\right)}=\frac{81-72\sqrt{5}+80+81+72\sqrt{5}+80}{81-80}=322$

Пример 2. Упростить выражение и найти его значение

а) $\frac{9a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{9}{5}}+2a^{-\frac{1}{5}}}$ при $a=5$

Решение

$\frac{9a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{9}{5}}+2a^{-\frac{1}{5}}}=\frac{9a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{4}{5}}\left(a+2a^{-1}\right)}=\frac{9a}{a^2+2}$. При $a=5$ $\frac{9a}{a^2+2}=\frac{9\cdot5}{5^2+2}=\frac{5}{3}$.

б) $\dfrac{b^{\frac{5}{4}}c^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{5}{4}}}{b^{\frac{5}{4}}c^{\frac{5}{4}}}$ при *b=2, c=5*

Решение

$$\frac{b^{\frac{5}{4}}c^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{5}{4}}}{b^{\frac{5}{4}}c^{\frac{5}{4}}}=\frac{b^{\frac{5}{4}}c^{\frac{5}{4}}\left(c^{-1}+b^{-1}\right)}{b^{\frac{5}{4}}c^{\frac{5}{4}}}=\frac{1}{c}+\frac{1}{b}=\frac{1}{5}+\frac{1}{2}=\frac{7}{10}.$$

Пример 3. Избавиться от иррациональности в знаменателе

а) $\dfrac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}\sqrt{c}}$ Решение $\dfrac{a}{b\sqrt{c}}=\dfrac{a\cdot\sqrt{c}}{b\sqrt{c}\cdot\sqrt{c}}=\dfrac{a\sqrt{c}}{bc}$

б) $\dfrac{\mathbf{8}}{\mathbf{3}\sqrt{\mathbf{2}}}$ Решение $\dfrac{8}{3\sqrt{2}}=\dfrac{8\cdot\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{8\sqrt{2}}{3\cdot 2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}.$

в) $\dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ Решение $\dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{2\sqrt{a}\cdot\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}=\dfrac{2\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{a-b}.$

г) $\dfrac{\mathbf{3}-\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{3}+\sqrt{\mathbf{3}}}$ Решение: $\dfrac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}=\dfrac{\left(3-\sqrt{3}\right)^2}{\left(3+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)}=\dfrac{9-6\sqrt{3}+3}{9-3}=\dfrac{12-6\sqrt{3}}{6}=2-\sqrt{3}.$

д) $\dfrac{\mathbf{6}}{\sqrt[5]{\mathbf{27}}}$ Решение: $\dfrac{6}{\sqrt[5]{27}}=\dfrac{6}{\sqrt[5]{3^3}}=\dfrac{6\cdot\sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^3}\cdot\sqrt[5]{3^2}}=\dfrac{6\sqrt[5]{9}}{3}=2\sqrt[5]{9};$

$\dfrac{a^5}{\sqrt[7]{a^4}}$ Решение : $\dfrac{a^5}{\sqrt[7]{a^4}}=\dfrac{a^5\cdot\sqrt[7]{a^3}}{\sqrt[7]{a^4}\cdot\sqrt[7]{a^3}}=\dfrac{a^5\cdot\sqrt[7]{a^3}}{a}=a^4\cdot\sqrt[7]{a^3}.$

Задания самостоятельной работы

1 вариант

1. Вычислить

а) $16^{\frac{5}{4}}-\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}+27^{\frac{2}{3}}.$

б) $\sqrt[3]{\mathbf{12}+\mathbf{4}\sqrt{\mathbf{5}}}\times\sqrt[3]{\mathbf{12}-\mathbf{4}\sqrt{\mathbf{5}}}$;

в) $(6+\sqrt{27})^{\frac{1}{2}}\times(6-\sqrt{27})^{\frac{1}{2}}$;

г) $(\sqrt{5^3}+\frac{1}{\sqrt{5^3}})\div(\sqrt{5}+\sqrt{\frac{1}{5}})$;

д) $\frac{7-4\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}}+\frac{7+4\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}$.

Задание 2. Упростить выражение и найти его значение

а) $\dfrac{a^{\frac{7}{3}}+a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{4}{3}}}$ при *a = 2*

б) $\dfrac{a^{\frac{5}{3}}c^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{2}{3}}c^{\frac{5}{3}}}{a^{\frac{5}{3}}c^{\frac{5}{3}}}$ при *a=7, c=3*

Задание 3. Избавиться от иррациональности в знаменателе

а) $\frac{5}{2\sqrt{3}}$; б) $\frac{3\sqrt{c}}{\sqrt{c}+\sqrt{b}}$; в) $\frac{5-\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}}$;

г) $\frac{6}{\sqrt[7]{64}}$ д) $\frac{a^6}{\sqrt[9]{a}}$

2 вариант

1. Вычислить

а) $8^{\frac{2}{3}}+36^{\frac{3}{2}}-\left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{3}{4}}$.

б) $\sqrt[5]{\mathbf{10+2\sqrt{17}}}\times\sqrt[5]{\mathbf{10-2\sqrt{17}}}$;

в) $(12-\sqrt{19})^{\frac{1}{3}}\times(12+\sqrt{19})^{\frac{1}{3}}$;

г) $(\sqrt{7^3}-\frac{1}{\sqrt{7^3}})\div(\sqrt{7}-\sqrt{\frac{1}{7}})$;

д) $\frac{8-4\sqrt{3}}{8+4\sqrt{3}}+\frac{8+4\sqrt{3}}{8-4\sqrt{3}}$.

Задание 2. Упростить выражение и найти его значение

а) $\dfrac{b^{\frac{5}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{3}{2}}}$ при b=*3* *б)* $\dfrac{a^{\frac{7}{5}}c^{\frac{2}{5}}+a^{\frac{2}{5}}c^{\frac{7}{5}}}{a^{\frac{7}{5}}c^{\frac{7}{5}}}$ при *a=9, c=2*

Задание 3. Избавиться от иррациональности в знаменателе

а) $\frac{7}{5\sqrt{3}}$; б) $\frac{5\sqrt{c}}{\sqrt{c}-\sqrt{b}}$; в) $\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$;

г) $\frac{12}{\sqrt[7]{81}}$ д) $\frac{a^7}{\sqrt[6]{a}}$

Контрольные вопросы:

1. Определение корня натуральной степени из числа.
2. Основные свойства корня натуральной степени из числа.
3. Определение степени с рациональным показателем.
4. Основные свойства степени с рациональным показателем.
5. Понятие степени с действительным показателем.
6. Основные свойства степени с действительным показателем.
7. Как избавиться от иррациональности в знаменателе.

Тема 7.2. Показательная функция.

Самостоятельная работа №24

Решение систем показательных уравнений и неравенств

Цели : формирование навыков умения решать системы показательных уравнений и неравенств

Форма работы: решение примеров

Время выполнения: 5ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

2.Изучить образцы решенных примеров.

3.Выполнить задания для самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

1) Уравнения, приводимые к одному и тому же основанию.

$3^{x+2} = 27$

$3^{x+2} = 3^3$

$x + 2 = 3$

$x = 1$

2) Уравнения, решаемые вынесением общего множителя за скобки.

$3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$

$3^x \cdot 3 - 2 \cdot 3^x \cdot 3^{-2} = 25$

$3^x (3 – 2/9) = 25$

$3^x \cdot 25/9 = 25$

$3^x = 9$

$x = 2$

3) Уравнения, приводимые к квадратным уравнениям.

$9^x - 4 \cdot 3^x – 45 = 0$

т.к. $9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = (3^x)^2$, выполним замену $3^x = t$, где $t > 0$

$t^2 – 4t – 45 = 0$

$t_1; = 9$, $t_2 = -5$ (не удовл. пост. условию)

$3^x = 9$

$x = 2$

4) Уравнения, решаемые с помощью деления обеих частей на одно и то же выражение.

$3^x = 5^x$ | : 5^x, т.к. $5^x > 0$

$3^x / 5^x = 1$

$(3/5)^x = 1$

$(3/5)^x = (3/5)^0$

$x = 0$

Простейшими считаются показательные неравенства вида: $\mathbf{a^x<a^y}$, $\mathbf{a^x>a^y}$. ($a^x \le a^y$, $a^x \ge a^y$).

1. Если основание степени больше 1, то при сравнении показателей степеней знак неравенства необходимо сохранить.
2. Если основание степени $0<a<1$, то при сравнении показательных степеней знак неравенства необходимо изменить на противоположный.

$a^{f(x)}>a^{g(x)}$ $a^{f(x)}>a^{g(x)}$

0<a<1 *a>1*

f(x)<g(x) *f(x)<g(x)*

3. Степени необходимо приводить к одному основанию.

Примеры.

Решить неравенство:

1) $\mathbf{4^{5-2x}<0,25}$.

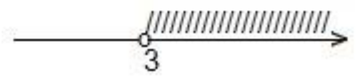
Представим правую часть в виде: $0,25=(^{25}/_{100})=(^1/_4)=4^{-1}$;

$4^{5-2x}<4^{-1}$; функция $y=4^x$ с основанием 4>1 **возрастает на R**, поэтому, опуская основания степеней, знак неравенства сохраним:

$5-2x<-1$;

— $2x<-1-5$;

— $2x<-6$ |:(-2) при делении обеих частей неравенства на отрицательное число, знак неравенства меняют на противоположный: $x>3$.



Ответ: (3; +∞).

2) $\mathbf{0{,}4^{2x+1} \geq 0{,}16.}$

Представим число 0,16 в виде степени числа 0,4. Получаем:

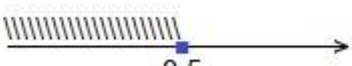
$0{,}4^{2x+1} \geq 0{,}4^2$; основание степеней – число **0,4** — удовлетворяет условию: $\mathbf{0<0{,}4<1}$; поэтому, опускаем основания степеней, а знак неравенства меняем на противоположный:

$2x+1 \leq 2$;

$2x \leq 2-1$;

$2x \leq 1 \quad |:2$

$x \leq 0{,}5$.



Ответ: (-∞; 0,5].

Пример

Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} 2^x + 2^{y+1} = 10, \\ y - x = 1. \end{cases}$

Решение

$\begin{cases} y = x+1, \\ 2^x + 2^{(x+1)+1} = 10; \end{cases}$

Выразим **y** через **x** из (2) -го уравнения системы и подставим это значение в (1) -ое уравнение системы.

Решаем (2) -ое уравнение полученной системы:

$2^x + 2^{x+2} = 10$, применяем формулу: $\mathbf{a^{x+y} = a^x \cdot a^y}$.

$2^x + 2^x \cdot 2^2 = 10$, вынесем общий множитель 2^x за скобки:

$2^x(1+2^2) = 10$ или $2^x \cdot 5 = 10$, отсюда $2^x = 2$.

$2^x = 2^1$, отсюда $\mathbf{x=1}$. Возвращаемся к системе уравнений.

$\begin{cases} x = 1, \\ y = 1+1; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1, \\ y = 2. \end{cases}$

(1; 2).

Ответ: (1; 2).

Задания самостоятельной работы

1. Выполнить № 459,465,472, 14(2) на с.276 (по учебнику Колмогоров А.Н.Алгебра и начала анализа,10-11.)

2. Решить системы уравнений

а)

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 6 \\ 3 \cdot 2^x - 2^y = 10 \end{cases}$$

б)

$$\begin{cases} 5^x + 5^y = 30 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

в)

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 4^x - 4^y = 15 \end{cases}$$

Контрольные вопросы:

1. Какое уравнение называется показательным?
2. Какое неравенство называется показательным?
3. Что значит решить систему уравнений?

Тема 7.3. Логарифмическая функция.

Самостоятельная работа №25

Сообщение на темы : «Логарифмы вокруг нас», «Эта замечательная функция и ее свойства»

Цель: развитие познавательного интереса, воспитание информационной культуры

Форма работы: подготовка сообщения

Время выполнения: 4ч

Контроль выполнения: проверка и оценка сообщения

Методические указания

Сообщение – это сокращенная запись информации, в которой должны быть отражены основные положения текста, сопровождающиеся аргументами, 1–2 самыми яркими и в то же время краткими примерами.

Сообщение составляется по нескольким источникам, связанным между собой одной темой. Вначале изучается тот источник, в котором данная тема изложена наиболее полно и на современном уровне научных и практических достижений. Записанное сообщение дополняется материалом других источников.

Этапы подготовки сообщения:

1. Прочитайте текст.
2. Составьте его развернутый план.
3. Подумайте, какие части можно сократить так, чтобы содержание было понято правильно и, главное, не исчезло.
4. Объедините близкие по смыслу части.
5. В каждой части выделите главное и второстепенное, которое может быть сокращено при конспектировании.
6. При записи старайтесь сложные предложения заменить простыми.

Тематическое и смысловое единство сообщения выражается в том, что все его компоненты связаны с темой первоисточника.
Сообщение должно содержать информацию на 3-5 мин. и сопровождаться презентацией, схемами, рисунками, таблицами и т.д.

Критерии оценки сообщения и презентации

№	Оцениваемые параметры	Оценка в баллах
1	Качество сообщения : - производит впечатление, сопровождается иллюстративным материалом; - четко выстроен; - рассказывается, но не объясняется суть работы; - зачитывается.	 4 3 2 1
2	Использование демонстрационного материала, презентации - автор представил демонстрационный материал и прекрасно в нем ориентировался; - использовался в сообщении , хорошо оформлен, но есть неточности; - представленный демонстрационный материал не использовался докладчиком или был оформлен плохо.	 3 2 1
3	Качество ответов на вопросы: - отвечает на вопросы; - не может ответить на большинство вопросов; - не может четко ответить на вопросы.	 3 2 1
4	Четкость выводов: - полностью характеризуют работу; - нечетки; - имеются, но не доказаны.	 3 2 1
	Итого максимальное количество баллов:	13

Оценка «5» - от10 до 13 баллов
Оценка «4»- от 7 до 9 баллов
Оценка «3» - от 4 до 6 баллов

Литература:

-http://www.math.ru. Математика и образование
-http://www.bymath.net/ Страна Математика
- Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" (статьи по математике): http://kvant.mirror1.mccme.ru/rub/1.htm

Тема 7.3. Логарифмическая функция

Самостоятельная работа №26
Решение логарифмических уравнений и неравенств

Цели: - закрепить навыки решения логарифмических уравнений и неравенств различными методами:

Форма работы: решение примеров

Время выполнения: 5ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1. Изучить памятку для решения логарифмических уравнений и неравенств и образцы решений.
2. Изучить условие заданий для самостоятельной работы
3. Выполнить задания самостоятельной работы.

Методические указания

Памятка для решений логарифмических уравнений

$x - \text{выражение с переменной},\ a, b - \text{числа}$, причем $a > 0, a \neq 1$

1. **Уравнение вида** $log_a x = b$

   Решить равносильное уравнение $x = a^b$;

2. **Уравнение вида** $log_x a = b$

   а) найти ОДЗ: $x > 0, x \neq 1$;

   б) решить уравнение $x^b = a$;

   в) выбрать из корней уравнения $\in ОДЗ$.

3. **Уравнение вида** $log_a b = x$

   Решить уравнение относительно переменной, входящей в выражение с переменной.

При решении логарифмических уравнений полезно помнить некоторые **свойства логарифмов**:

$a^{log_a b} = b$ - основное логарифмическое тождество

$log_a 1 = 0$; $log_a a = 1$;

$log_a (xy) = log_a x + log_a y$; $log_a \frac{x}{y} = log_a x - log_a y$;

$log_a x^n = n \cdot log_a x$; $log_a \sqrt[n]{x} = \frac{log_a x}{n}$;

$log_{a^n} b = \frac{1}{n} log_a b$; $log_a b = \frac{1}{log_b a}$;

$log_a b = \frac{log_c b}{log_c a}$ - формула перехода к новому основанию

Замечание: $lg\,t -$ десятичный логарифм (по основанию 10)

$ln\,t -$ натуральный логарифм (по основанию e)

При решении логарифмических уравнений применяются также методы ***логарифмирования*** и ***потенцирования***.

Пример 1 : Решить уравнение $\log_3(2x-1)+\log_3(x+3)=2$.

Решение. ОДЗ уравнения: $\begin{cases} 2x-1>0, \\ x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Преобразуем обе части уравнения:

$$\log_3(2x-1)+\log_3(x+3)=2 \Leftrightarrow \log_3(2x-1)(x+3)=\log_3 3^2.$$

Потенцируя, получаем уравнение $(2x-1)(x+3)=9 \Leftrightarrow 2x^2+5x-12=0$. Его корни $x_1=3/2$, $x_2=-4$, при этом $x_2=-4$ не принадлежит ОДЗ.

Ответ: $x=3/2$.

Пример 2 *: Решить неравенство*: $\log_3(x-1)+\log_3(x+5)<\log_3(5x+1)$.

Решение. Используя свойства логарифмов, преобразуем левую часть: $\log_3(x-1)+\log_3(x+5)=\log_3((x-1)(x+5))=\log_3(x^2+4x-5)$ и решим систему неравенств:

$$\begin{cases} x-1>0 \\ x+5>0 \\ 5x+1>0 \\ x^2+4x-5<5x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ x^2-x-6<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ -2<x<3 \end{cases} \Rightarrow 1<x<3.$$

Обращаем ваше внимание на то, что положительным должно быть **каждое** логарифмируемое выражение, а не только их произведение.

Ответ: (1; 3).

Задания самостоятельной работы

1. Выполнить № 523,524,527,528,530(по учебнику Колмогоров А.Н.Алгебра и начала анализа,10-11.)

2. Выполнить задания по вариантам

Вариант 1.

1.Решить уравнение: 1) $log_2(x-15)=4$;

2) $lg(2x)+lg(x+3)=lg(12x-4)$;

3) $lg^2 x + 2lg\, x = 8$.

4) $lg\left(x^2 - 2x - 4\right) = \lg 11$;

5) $1 + log_2(3x+1) = log_2\left(x^2 - 5\right)$;

6) $4lg^2 x - 2 = lg\, x^2$.

2. Решить неравенство: а) $\log_5(4x+1) > -1$

$log_{0,8}(3-5x) \geq 0$

Вариант 2

1. Решите уравнения: 1) $log_4(5x+6) = 0$;

2) $log_2(4-x) + log_2(1-2x) = 2log_2 3$;

3) $log_5^2 x - log_5 x^2 = 3$.

4) $log_3(3x+2) = log_3(x+4)$;

5) $lg(x-2) + lg(x-3) = 1 - lg\, 5$;

6) $log_3^2 x = 4 - 3log_3 x$.

2.Решите неравенство: а) $log_{0,2}(15-2x) \geq -2$.

б) $log_4(3-4x) \geq -1$

Контрольные вопросы :

1. Какое уравнение называется логарифмическим?
2. Что такое неравенство? Что является решением неравенства?
3. Какое неравенство называется логарифмическим?
4. Что называется решением неравенства с одной переменной?

Тема 7.4. Производная показательной и логарифмической функции

Самостоятельная работа №27

Решение примеров по теме " Производная показательной и логарифмической функции"

Цели: - закрепление навыков умения вычислять производную и первообразную показательной и логарифмической функции

Форма работы: решение примеров

Время выполнения: 7ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

2.Выполнить задания для самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

Правила дифференцирования

1	$(c)' = 0; \quad (x)' = 1$
2	$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$
3	$(u \pm v)' = u' \pm v'$
4	$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
5	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
6	$(u^v)' = v \cdot u^{v-1} \cdot u' + u^v \cdot v' \cdot ln v$

	Простая функция $y=f(x)$	Сложная функция $y=f(u)\quad u=\varphi(x)$
1	$(x^n)'=n\cdot x^{n-1}$	$(u^n)'=n\cdot u^{n-1}\cdot u'$
2	$(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
3	$(\frac{1}{x})'=-\frac{1}{x^2}$	$(\frac{1}{u})'=-\frac{u'}{u^2}$
4	$(a^x)'=a^x\cdot\ln a$	$(a^u)'=a^u\cdot\ln a\cdot u'$
5	$(e^x)'=e^x$	$(e^u)'=e^u\cdot u'$
6	$(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$	$(\log_a u)'=\frac{u'}{u\ln a}$
7	$(\ln x)'=\frac{1}{x}$	$(\ln u)'=\frac{u'}{u}$
8	$(\sin x)'=\cos x$	$(\sin u)'=\cos u\cdot u'$
9	$(\cos x)'=-\sin x$	$(\cos u)'=-\sin u\cdot u'$
10	$(tgx)'=\frac{1}{\cos^2 x}$	$(tgu)'=\frac{u'}{\cos^2 u}$
11	$(ctgx)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$	$(ctgu)'=-\frac{u'}{\sin^2 u}$
12	$(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\arcsin u)'=\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
13	$(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\arccos u)'=-\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
14	$(arctgx)'=\frac{1}{1+x^2}$	$(arctg\ u)'=\frac{u'}{1+u^2}$
15	$(arcctgx)'=-\frac{1}{1+x^2}$	$(arcctg\ u)'=-\frac{u'}{1+u^2}$

Задания самостоятельной работы

1. Выполнить № 543,544,547,548,564,565(по учебнику Колмогоров А.Н.Алгебра и начала анализа,10-11.)

При выполнение № 543,544 воспользоваться правилами дифференцирования

При выполнении №547,548, 564,565 использовать формулу для вычисления площади криволинейной трапеции

Тема 8.1. Элементы комбинаторики

Самостоятельная работа №28

Решение задач по комбинаторике

Цель: - закрепление навыков решения комбинаторных задач

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 1ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

2.Изучить образцы решенных примеров.

3.Выполнить задания для самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

Комбинаторика (*комбинаторный анализ, комбинаторная математика) – раздел математики, посвящённый решению задач выбора и расположения элементов некоторого, обычно конечного, множества в соответствии с заданными правилами*

Число размещений из *n* элементов по *m* определяется по формуле:

Произведение натуральных чисел от единицы до какого-либо данного натурального числа *n*, то есть *1•2•3•......•n* , называется «факториалом» (англ. factorial, от лат. factor – делающий, производящий) и обозначается n!

№1 Например, из 32 букв русского алфавита можно составить двухбуквенные комбинации, не содержащие повторений букв.

$$A_{32}^{2} = \frac{32!}{(32-2)!} = 32 * 31 = 992$$

№2 Учащиеся второго класса изучают 8 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день из 4 различных предметов?

Решение: Речь идёт о размещении из 8 элементов по 4. Имеем:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

A^4_8=8!/(8-4)!=8!/4!=8*7*6*5=1680

Ответ: расписание можно составить 1680 способами.

Для нахождения числа перестановок используют формулу $P_n = n!$

№3 Сколькими способами могут быть расставлены 8 участниц забега на восьми беговых дорожках?

Решение: Число способов равно числу перестановок из 8 элементов.

P_8=8!=1*2*3*4*5*6*7*8=40320.

Ответ: существует 40320 способов расстановки участниц забега на 8 беговых дорожках.

Размещениями с повторениями, **находится по формуле** $\mathbf{A_n^m = n^m}$

№4 На пример, из 30 букв русского алфавита (исключая *ь* и *ъ)* можно составить 30^2 = 900 двухбуквенных серий (например, для денежных знаков) и 30^3 = 27 000 трехбуквенных серий.

Число этих перестановок вычисляется по формуле

$P^n_{n_1, n_2, \dots n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$, где *n* — общее количество элементов, входящих в перестановку, а n_1, n_2,, n_k — количество одинаковых элементов в первой, второй, ..., k-й группах.

№5 Определим число перестановок с повторениями, которое можно получить из букв, составляющих словоформу *математика.* Всего в перестановках участвует десять букв, т. е. *n = 10*; буква *м* повторяется два раза, поэтому если бы все остальные буквы были различными, то искомое число перестановок, было бы равно P_2^{10} = 10! / 2!. На самом деле, кроме двух одинаковых *м* в нашем слове имеются три *а* и два *т.* Поэтому общее число перестановок, полученных из букв, входящих в словоформу *математика,* равно

$$P^{10}_{2,2,3} = \frac{10!}{2!2!3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 151200.$$

Группы комбинаций, различающиеся только элементами, называются *сочетаниями* из *n* элементов по *m*. Их число равно :

$$C_n^m = \frac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$$

№6 имеется пять гвоздик разного цвета. Требуется составить букет изтрёх гвоздик разного цвета.
Решение:C^3_5=5!/3!*(5-3)!=5!/3!*2!=4*5/1*2=20/2=10.

1. При выполнении работы следует применять формулы для перестановок, размещений и сочетаний элементов.
2. Следует помнить, что внутри размещения элементы отличаются друг от друга.
3. В задачах на вычисление могут получаться результаты, принадлежащие множеству всех действительных чисел.
4. В комбинаторных задачах результаты должны быть положительными и целыми.
5. При решении задачи можно применять схему:

1) анализ условия задачи;

2) выбор соединения элементов;

3) вычисление количества способов для данного соединения;

4) запись ответа.

Задания самостоятельной работы

Вариант 1.

1. Сколькими способами можно выбрать в группе из 20 человек четверых на 4 должности?
2. Сколькими способами можно поставить на полке 10 книг?
3. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 2, а на второй – нечетное число?
4. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,5, у второго – 0,6. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.

Вариант 2

1. Сколькими способами можно поставить на полке 8 книг?
2. Сколькими способами можно выбрать в группе из 30 человек троих на 3 должности?
3. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 1, а на второй – нечетное число?
4. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,4, у второго – 0,8. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.

Контрольные вопросы:

1 . Сформулируйте определения: а) размещения; б) сочетания; в) перестановки.

2. Запишите формулы для вычисления: а) размещения; б) сочетания; в) перестановки.

3. Дайте классическое определение вероятности события.

4. Приведите примеры событий, которые в условиях данного опыта являются

1) случайными; 2) достоверными; 3) невозможными. Каковы вероятности этих событий?

Тема 8.2 Элементы теории вероятностей

Самостоятельная работа №29

Решение задач на вычисление случайной величины

Цель: закрепление навыков вычисления закона распределения дискретной случайной величины

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 2ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

2.Изучить образцы решенных примеров.

3.Выполнить задания для самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

Случайной называют величину, которая в результате испытания примет одно и только одно возможное значение, наперед не известное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены.

Случайные величины обозначаются заглавными буквами латинского алфавита (X, Y, Z), а их значения – соответствующими строчными буквами.

Случайные величины делятся на прерывные (или дискретные) и непрерывные.

Дискретными случайными величинами называются случайные величины, принимающие лишь конечное или счетное множество значений.

Случайная величина, которая может принимать все значения из некоторого промежутка, называется *непрерывной случайной величиной*.

Функция, связывающая значения случайной величины с соответствующими им вероятностями, называется законом распределения дискретной случайной величины. Его удобно задавать в виде таблицы:

Значения x_i	x_1	x_2	x_3	…	x_n
Вероятности p_i	p_1	p_2	p_3	…	p_n

События $X = x_i (i = 1,2,3, \dots, n)$ являются несовместными и единственно возможными, т.е. они образуют полную систему событий. Поэтому сумма их вероятностей равна единице:

$$p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

Закон распределения дискретной случайной величины может быть задан аналитически (т.е. с помощью формул). Кроме того, для наглядности этот закон изображают и графически: в прямоугольной системе координат на плоскости строят точки (x_i;p_i) и соединяют их последовательно отрезками прямых. Получающаяся при этом ломаная называется *многоугольником распределения случайной величины*.

Пример 1. Дискретная случайная величина X задается законом

X	0,2	0,4	0,6	0,8	1
P	0,1	0,2	0,4	p_4	0,1

Чему равна вероятность $p_4 = P(X = 0{,}8)$?.

Решение:

Так как $p_1+p_2+p_3+p_4+p_5=1$, то $\boldsymbol{p_4}$ = 1- $(p_1+p_2+p_3+p_5)=1-(0{,}1+0{,}2+0{,}4+0{,}1)=0{,}2$. Следовательно,$p_4$ = 0,2.

Для построения многоугольника распределения выберем прямоугольную систему координат, в этой системе построим точки M_1(0,2; 0,1), M_2(0,4; 0,2), M_3(0,6; 0,4), M_4(0,8; 0,2), M_5(1; 0,2)и соединим их последовательно отрезками прямых (рис. справа).

Пример 2. В коробке находятся 7 карандашей, из которых 4 – красные. Наудачу извлекают 3 карандаша. Какой закон распределения имеет случайная величина, означающая число извлеченных красных карандашей?

Решение:

Так как в коробке всего 7 карандашей, из которых 4 красные. То остальные 3 карандаша – другого цвета. Известно, что извлекают наудачу 3 карандаша. Т.е. может оказаться, что достали 0 красных карандашей; либо 1 красный, а остальные другого цвета; либо 2 красных карандаша, а третий нет; либо все 3 красные. Таким образом, случайная величина X, означающая число извлеченных красных карандашей может принимать значения 0,1,2 или 3. Построим таблицу:

X	0	1	2	3
P				

Теперь необходимо вычислить вероятность каждого события.

Вычислим количество способов достать 3 карандаша из 7 карандашей, находящихся в коробке $C_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!*3!} = \frac{7!}{4!*3!} = \frac{7*6*5*4!}{4!*3*2*1} = \frac{7*6*5}{3*2} = 35$. Т.е. всего 35 способов.

Вычислим вероятность события «Извлечено 0 красных карандашей»:

Мы знаем что в коробке 3 карандаша другого цвета (не красные) и извлекают 3 карандаша, значит число способов извлечь 3 карандаша из 3 будет равно $C_3^3 = \frac{3!}{(3-3)!*3!} = \frac{1}{0!} = \frac{1}{1} = 1$. Так как всего способов достать 3 карандаша из 7 равно 35, тогда $p_1 = \frac{C_3^3}{C_7^3} = \frac{1}{35}$.

Вычислим вероятность события «Извлечен 1 красный карандаш»:

Мы знаем, что из коробки извлекают 3 карандаша, один из которых красный, значит 2 других карандаша другого цвета. Один красный карандаш мы выбираем из четырех возможных (т.к. в коробке 4 карандаша красного цвета). Посчитаем количество способов выбрать 1 красный карандаш $C_4^1 = \frac{4!}{(4-1)!*1!} = \frac{4!}{1!*3!} = \frac{4*3*2*1}{1*3*2*1} = 4$. Теперь посчитаем количество способов выбрать 2 карандаша другого цвета $C_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!*2!} = \frac{3!}{1!*2!} = \frac{3*2*1}{1*2*1} = 3$.

Значит общее число способов извлечь 1 карандаш красный и 2 другого цвета будет равно $C_4^1 * C_3^2 = 4 * 3 = 12$. Так как всего способов достать 3 карандаша из 7 равно 35, тогда $p_2 = \frac{C_4^1 * C_3^2}{C_7^3} = \frac{12}{35}$.

Вычислим вероятность события «Извлечено2 красных карандаша»:

Мы знаем, что из коробки извлекают 3 карандаша, два из которых красные, значит третий карандаш другого цвета. Два красных карандаша мы выбираем из четырех возможных (т.к. в коробке 4 карандаша красного цвета). Посчитаем количество способов выбрать 2 красных карандаша$C_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!*2!} = \frac{4!}{2!*2!} = \frac{4*3*2*1}{1*2*2*1} = 6$. Теперь посчитаем количество способов выбрать 1 карандаш другого цвета $C_3^1 = \frac{3!}{(3-1)!*1!} = \frac{3!}{1!*2!} = \frac{3*2*1}{1*2*1} = 3$.

Значит общее число способов извлечь 2 карандаша красных и 1 другого цвета будет равно $C_4^2 * C_3^1 = 6 * 3 = 18.$ Так как всего способов достать 3 карандаша из 7 равно 35, тогда $p_3 = \frac{C_4^2 * C_3^1}{C_7^3} = \frac{18}{35}$.

Вычислим вероятность события «Извлечено 3 красных карандаша»:

Мы знаем, что из коробки извлекают 3 карандаша, причем все красные. Эти три красных карандаша мы выбираем из четырех возможных (т.к. в коробке 4 карандаша красного цвета). Посчитаем количество способов выбрать 3 красных карандаша $C_4^3 = \frac{4!}{(4-3)! * 3!} = \frac{4!}{1! * 3!} = \frac{4*3*2*1}{1*3*2*1} = 4$.

Так как всего способов достать 3 карандаша из 7 равно 35, тогда $p_3 = \frac{C_4^3}{C_7^3} = \frac{4}{35}$.

Заполним таблицу закона распределения случайной величины. Получим:

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$

Задания самостоятельной работы

1. В магазине продаются 5 отечественных и 3 импортных телевизора. Составьте закон распределения случайной величины – числа импортных из четырех наудачу выбранных телевизоров.
2. В магазине имеется 15 автомобилей определенной марки. Среди них 7 черного цвета, 6 серого и 2 белого. Представители фирмы обратились в магазин с предложением о продаже им 3 автомобилей этой марки, безразлично какого цвета. Составьте ряд распределения числа проданных автомобилей черного цвета при условии, что автомобили отбирались случайно.
3. В ящике находится 30 стандартных и 20 нестандартных деталей. Составьте закон распределения случайной величины – числа стандартных из десяти наудачу выбранных деталей.
4. Охотник стреляет по дичи до первого попадания, но успевает сделать не более четырех выстрелов. Составьте закон распределения числа промахов, если вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7
5. В городе 4 коммерческих банка. У каждого риск банкротства в течение года составляет 20%. Составьте ряд распределения числа банков, которые могут обанкротиться в течение следующего года.
6. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Составьте закон распределения числа проросших семян из 5 посеянных.

Контрольные вопросы.

1 . Сформулируйте определения: а) размещения; б) сочетания; в) перестановки.

2. Запишите формулы для вычисления: а) размещения; б) сочетания; в) перестановки.

3. Дайте классическое определение вероятности события.

4. Приведите примеры событий, которые в условиях данного опыта являются

1) случайными; 2) достоверными; 3) невозможными. Каковы вероятности этих событий?

5. Сформулируйте определение: а) случайной величины; б) дискретной случайной

величины; в) непрерывной случайной величины; г) закона распределения случайной величины.

6. Сформулируйте определения: а) математического ожидания; б) дисперсии.

7. Свойства математического ожидания и дисперсии.

Тема 8.3. Элементы математической статистики

Самостоятельная работа №30

Реферат на тему"Средние значения и их применение в статистике"

Цели: развитие познавательного интереса, воспитание информационной культуры

Форма работы: подготовка реферата

Время выполнения: 2ч

Контроль выполнения: проверка и оценка реферата

Методические указания

Содержание реферата (**см. Приложение 1-3)**

Реферат, как правило, должен содержать следующие структурные элементы:

1.титульный лист;
2.содержание;
3.введение;
4.основная часть;
5.заключение;
6.список использованных источников;
7.приложения (при необходимости).

Рекомендуемый объем структурных элементов реферата

Наименование частей реферата	*Количество страниц*
Титульный лист	1
Содержание (с указанием страниц)	1
Введение	2
Основная часть	7-10
Заключение	1-2
Список использованных источников	1
Приложения	Без ограничений

В содержании приводятся наименования структурных частей реферата, глав и параграфов его основной части с указанием номера страницы, с которой начинается соответствующая часть, глава, параграф.

Во введении дается общая характеристика реферата: обосновывается актуальность выбранной темы; определяется цель работы и задачи, подлежащие решению для её достижения; описываются объект и предмет исследования, информационная база исследования, а также кратко характеризуется структура реферата по главам.

Основная часть должна содержать материал, необходимый для достижения поставленной цели и задач, решаемых в процессе выполнения реферата. Она включает 2-3 главы, каждая из которых, в свою очередь, делится на 2-3 параграфа. Содержание основной части должно точно соответствовать теме проекта и полностью её раскрывать. Главы и параграфы реферата должны раскрывать описание решения поставленных во введении задач. Поэтому заголовки глав и параграфов, как правило, должны соответствовать по своей сути формулировкам задач реферата. Заголовка "ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ" в содержании реферата быть не должно.

Главы основной части реферата могут носить теоретический, методологический и аналитический характер.

Обязательным для реферата является логическая связь между главами и последовательное развитие основной темы на протяжении всей работы, самостоятельное изложение материала, аргументированность выводов. Также обязательным является наличие в основной части реферата ссылок на использованные источники.

Изложение необходимо вести от третьего лица («Автор полагает...») либо использовать безличные конструкции и неопределенно-личные предложения («На втором этапе исследуются следующие подходы…», «Проведенное исследование позволило доказать...» и т.п.).

В заключении логически последовательно излагаются выводы, к которым пришел студент в результате выполнения реферата. Заключение должно кратко характеризовать решение всех поставленных во введении задач и достижение цели реферата.

Список использованных источников является составной частью работы и отражает степень изученности рассматриваемой проблемы. Количество источников в списке определяется студентом самостоятельно, для реферата их рекомендуемое количество от 4 до 5. При этом в списке обязательно должны присутствовать источники, изданные в последние 3 года.

В приложения следует относить вспомогательный материал, который при включении в основную часть работы загромождает текст (таблицы вспомогательных данных, инструкции, методики, формы документов и т.п.).

Оформление реферата

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы в виде реферата необходимо соблюдать следующие требования:

- на одной стороне листа белой бумаги формата А-4
- размер шрифта-12; Times New Roman, цвет - черный
- междустрочный интервал - одинарный
- поля на странице – размер левого поля – 2 см, правого- 1 см, верхнего-2см, нижнего-2см.
- отформатировано по ширине листа
- на первой странице необходимо изложить план (содержание) работы.
- в конце работы необходимо указать источники использованной литературы
- нумерация страниц текста -

Список использованных источников должен формироваться в алфавитном порядке по фамилии авторов.

Включенная в список литература нумеруется сплошным порядком от первого до последнего названия.

По каждому литературному источнику указывается: автор (или группа авторов), полное название книги или статьи, место и наименование издательства (для книг и брошюр), год издания; для журнальных статей указывается наименование журнала, год выпуска и номер. По сборникам трудов (статей) указывается автор статьи, ее название и далее название книги (сборника) и ее выходные данные.

Приложения следует оформлять как продолжение реферата на его последующих страницах.

Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. Вверху страницы справа указывается слово "Приложение" и его номер. Приложение должно иметь заголовок, который располагается по центру листа отдельной строкой и печатается прописными буквами.

Приложения следует нумеровать порядковой нумерацией арабскими цифрами.

На все приложения в тексте работы должны быть ссылки. Располагать приложения следует в порядке появления ссылок на них в тексте.

Критерии оценки реферата

Оценка "отлично" выставляется за реферат, который носит исследовательский характер, содержит грамотно изложенный материал, с соответствующими обоснованными выводами.

Оценка "хорошо" выставляется за грамотно выполненный во всех отношениях реферат при наличии небольших недочетов в его содержании или оформлении.

Оценка "удовлетворительно" выставляется за реферат, который удовлетворяет всем предъявляемым требованиям, но отличается поверхностью, в нем просматривается непоследовательность изложения материала, представлены необоснованные выводы.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется за реферат, который не носит исследовательского характера, не содержит анализа источников и подходов по выбранной теме, выводы носят декларативный характер.

Интернет - ресурсы

1.Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" (статьи по математике): http://kvant.mirror1.mccme.ru/rub/1.htm

2.Открытая математика. http://www.mathematics.ru/courses/index.htm

Тема 9.1.Призма

Самостоятельная работа №31

Решение задач по теме "Призма"

Цели:- закрепление навыков умения применять формулы площади боковой и полной поверхности призмы к решению задач.

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 3ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

2.Выполнить задания для самостоятельной работы

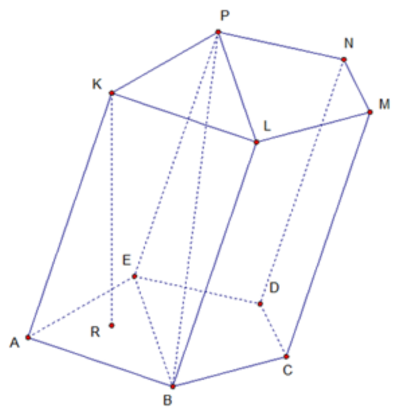
Методические указания

Теоретический материал

Призма — многогранник, 2 грани это конгруэнтные (равные) многоугольники, которые лежат в параллельных плоскостях, а оставшиеся грани — параллелограммы, имеющие общие стороны с этими многоугольниками. Либо (что тоже самое) — это многогранник, основаниями которого являются равные многоугольники, а боковыми гранями — параллелограммы.

Элементы призмы.

Основания (ABCDE, KLMNP) – 2 грани, являющиеся конгруэнтными многоугольниками, которые лежат в плоскостях, параллельных друг другу.
Боковые грани (ABLK, BCML, CDNM, DEPN, EAKP) – каждая из граней, не считая оснований. Все боковые грани – это параллелограммы.
Боковая поверхность – сумма боковых граней.
Полная поверхность – сумма основания и боковой поверхности.
Боковые ребра (AK, BL, CM, DN, EP) – общие стороны боковых граней.



Высота (KR) – отрезок, который соединяет плоскости, в них лежат основания призмы. Он перпендикулярен этим плоскостям.
Диагональ (BP) – отрезок, который соединяет 2 вершины призмы, которые не принадлежат одной грани.
Диагональная плоскость – плоскость, которая проходит через боковое ребро призмы, а также диагональ основания.
Диагональное сечение (EBLP) – пересечение призмы и диагональной плоскости. В сечении получается параллелограмм, либо — ромб, прямоугольник, квадрат.
Перпендикулярное (ортогональное) сечение – пересечение призмы и плоскости, перпендикулярной

боковому ребру призмы.

Свойства призмы.

Основания призмы – это равные многоугольники.
Боковые грани призмы имеют вид параллелограмма.
Боковые ребра призмы параллельные и равны.
Площадь полной поверхности призмы = сумме площади её боковой поверхности и двойной площади основания.
Площадь боковой поверхности **произвольной призмы**:

$S=P*l$,
где P — периметр перпендикулярного сечения, l — длина бокового ребра.

Площадь боковой поверхности **прямой призмы**:

$S=P*h$,
где P — периметр основания призмы, h — высота призмы.

Перпендикулярное сечение перпендикулярно всем боковым рёбрам призмы.
Углы перпендикулярного сечения — это линейные углы двугранных углов при соответствующих боковых рёбрах.
Перпендикулярное сечение перпендикулярно всем боковым граням.

Алгоритм решения геометрической задачи:
- изучи текст задачи до полного понимания. Не следует суетливо приниматься за решение задачи, не поняв всех условий задачи и той цели, которая должна быть достигнута;
- сделай чертеж и укажи на нем (если это возможно) данные и искомые величины выбирая для обозначения наиболее подходящие и удобные символы;
- запиши, что дано и что надо найти;
- решение задачи начни с того, что надо найти: выбери и запиши формулу, из которой можно выразить неизвестную величину; - посмотри, что надо найти далее;
- составь логическую цепочку из формул (или из рассматриваемых по очереди геометрических фигур) пока не дойдешь до формулы (фигуры), из которой можно выразить одну из неизвестных величин через известные, по цепочке вернись в обратном порядке до первоначальной неизвестной величины;
- решая задачу, контролируй каждый свой шаг, то есть каждую выкладку и вычисление, каждое построение. Помни, что ты обязан уметь доказать правильность каждого совершенного тобой действия;
- в процессе решения задачи, не забывай следить за тем, все ли условия или данные задачи тобой уже использованы;
- если решая задачу, ты остановился и не знаешь, что делать дальше, сопоставь то, что ты уже получил, с тем, что требуется получить. Во многих случаях одно такое сопоставление бывает достаточным, чтобы увидеть правильный путь дальнейших действий;
- проверяя ход решения, надо обратить внимание на такие моменты:
1)все ли условия (данные) задачи использованы;
2)какими определениями и теоремами обоснованы все ссылки в решении;
3)верны ли логические переходы.

.

Задания самостоятельной работы

1.Решить № 222, №231,237,292 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11)

2. Дополнительные задачи:

1.Площадь основания правильной четырехугольной призмы равна 625 $см^2$. Высота призмы равна $14\sqrt{2}$ см. Вычислите: а) длину диагонали призмы; б) площадь ее диагонального сечения.

2.Основание прямой призмы – треугольник со сторонами 8см и 15см и углом между ними $60°$. Высота призмы 11см. Найдите площадь боковой и площадь полной поверхности призмы.

3. Основание прямой призмы – ромб со стороной 8 см и острым углом 60^0. Высота призмы равна 12 см. Вычислите: а) длины диагоналей призмы; б) площади диагональных сечений.

4.Основание прямой призмы – треугольник со сторонами 8см и 3см и углом между ними $60°$. Высота призмы 15см. Найдите площадь боковой и площадь полной поверхности призмы.

Контрольные вопросы

1 . Что называется многогранником?

2. Что называется призмой? Дайте определение граням, рёбрам и вершинам призмы.

Тема 9.1.Пирамида

Самостоятельная работа №32

Решение задач по теме "Пирамида"

Цели: закрепление навыков применения формулы площади боковой и полной поверхности призмы к решению задач.

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 2ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

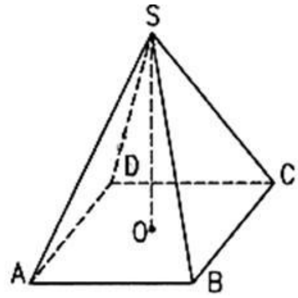
2.Выполнить задания для самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

Пирамида — многогранник, в основании которого лежит многоугольник, а остальные грани являются треугольниками, которые имеют общую вершину.

Элементы пирамиды.



- **апофема** — высота боковой грани правильной пирамиды, которая проведена из ее вершины (кроме того, апофемой является длина перпендикуляра, который опущен из середины правильного многоугольника на 1-ну из его сторон);
- **боковые грани *(ASB, BSC, CSD, DSA)*** — треугольники, которые сходятся в вершине;
- **боковые ребра *(AS, BS, CS, DS)*** — общие стороны боковых граней;
- **вершина пирамиды *(т. S)*** — точка, которая соединяет боковые ребра и которая не лежит в плоскости основания;
- **высота *(SO)*** — отрезок перпендикуляра, который проведен через вершину пирамиды к плоскости ее основания (концами такого отрезка будут вершина пирамиды и основание перпендикуляра);
- **диагональное сечение пирамиды** — сечение пирамиды, которое проходит через вершину и диагональ основания;
- **основание *(ABCD)*** — многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды.

Алгоритм решения геометрической задачи:
- изучи текст задачи до полного понимания. Не следует суетливо приниматься за решение задачи, не поняв всех условий задачи и той цели, которая должна быть достигнута;
- сделай чертеж и укажи на нем (если это возможно) данные и искомые величины выбирая для обозначения наиболее подходящие и удобные символы;
- запиши, что дано и что надо найти;
- решение задачи начни с того, что надо найти: выбери и запиши формулу, из которой можно выразить неизвестную величину; - посмотри, что надо найти далее;
- составь логическую цепочку из формул (или из рассматриваемых по очереди геометрических фигур) пока не дойдешь до формулы (фигуры), из которой можно выразить одну из неизвестных величин через известные, по цепочке вернись в обратном порядке до первоначальной неизвестной величины;
- решая задачу, контролируй каждый свой шаг, то есть каждую выкладку и вычисление, каждое построение. Помни, что ты обязан уметь доказать правильность каждого совершенного тобой действия;
- в процессе решения задачи, не забывай следить за тем, все ли условия или данные задачи тобой уже использованы;
- если решая задачу, ты остановился и не знаешь, что делать дальше, сопоставь то, что ты уже получил, с тем, что требуется получить. Во многих случаях одно такое сопоставление бывает достаточным, чтобы увидеть правильный путь дальнейших действий;
- проверяя ход решения, надо обратить внимание на такие моменты:
1)все ли условия (данные) задачи использованы;
2)какими определениями и теоремами обоснованы все ссылки в решении;
3)верны ли логические переходы.

.

При решении задач воспользоваться формулами:

Пирамида: $S_{бок}$= сумма площадей боковых граней, $S_{полн}= S_{бок} + S_{осн}$,

Правильная пирамида: $S_{бок}=\frac{1}{2}P_{осн}\cdot h_a$ (h_a-апофема), $S_{полн}= S_{бок} + S_{осн}$,

Задания самостоятельной работы

1.Решить № 258,310,313 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11)

2. Решить задачу:

Найдите площадь полной поверхности правильной треугольной пирамиды, если её апофема 4см, а угол между апофемой и высотой пирамиды равен $30°$.

Тема 9.3. Правильные многогранники

Самостоятельная работа №33

Реферат на тему "Правильные и полуправильные многогранники"

Цели: развитие познавательного интереса, воспитание информационной культуры

Форма работы: подготовка реферата

Время выполнения: 2ч

Контроль выполнения: проверка и оценка реферата

Методические указания

Содержание реферата (**см. Приложение 1-3)**

Реферат, как правило, должен содержать следующие структурные элементы:

1.титульный лист;
2.содержание;
3.введение;
4.основная часть;
5.заключение;
6.список использованных источников;
7.приложения (при необходимости).

Рекомендуемый объем структурных элементов реферата

Наименование частей реферата	*Количество страниц*
Титульный лист	1
Содержание (с указанием страниц)	1
Введение	2
Основная часть	7-10
Заключение	1-2
Список использованных источников	1

Приложения	Без ограничений

В содержании приводятся наименования структурных частей реферата, глав и параграфов его основной части с указанием номера страницы, с которой начинается соответствующая часть, глава, параграф.

Во введении дается общая характеристика реферата: обосновывается актуальность выбранной темы; определяется цель работы и задачи, подлежащие решению для её достижения; описываются объект и предмет исследования, информационная база исследования, а также кратко характеризуется структура реферата по главам.

Основная часть должна содержать материал, необходимый для достижения поставленной цели и задач, решаемых в процессе выполнения реферата. Она включает 2-3 главы, каждая из которых, в свою очередь, делится на 2-3 параграфа. Содержание основной части должно точно соответствовать теме проекта и полностью её раскрывать. Главы и параграфы реферата должны раскрывать описание решения поставленных во введении задач. Поэтому заголовки глав и параграфов, как правило, должны соответствовать по своей сути формулировкам задач реферата. Заголовка "ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ" в содержании реферата быть не должно.

Главы основной части реферата могут носить теоретический, методологический и аналитический характер.

Обязательным для реферата является логическая связь между главами и последовательное развитие основной темы на протяжении всей работы, самостоятельное изложение материала, аргументированность выводов. Также обязательным является наличие в основной части реферата ссылок на использованные источники.

Изложение необходимо вести от третьего лица («Автор полагает...») либо использовать безличные конструкции и неопределенно-личные предложения («На втором этапе исследуются следующие подходы…», «Проведенное исследование позволило доказать...» и т.п.).

В заключении логически последовательно излагаются выводы, к которым пришел студент в результате выполнения реферата. Заключение должно кратко характеризовать решение всех поставленных во введении задач и достижение цели реферата.

Список использованных источников является составной частью работы и отражает степень изученности рассматриваемой проблемы. Количество источников в списке определяется студентом самостоятельно, для реферата их рекомендуемое количество от 4 до 5. При этом в списке обязательно должны присутствовать источники, изданные в последние 3 года.

В приложения следует относить вспомогательный материал, который при включении в основную часть работы загромождает текст (таблицы вспомогательных данных, инструкции, методики, формы документов и т.п.).

Оформление реферата

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы в виде реферата необходимо соблюдать следующие требования:

- на одной стороне листа белой бумаги формата А-4
- размер шрифта-12; Times New Roman, цвет - черный

- междустрочный интервал - одинарный
- поля на странице – размер левого поля – 2 см, правого- 1 см, верхнего-2см, нижнего-2см.
- отформатировано по ширине листа
- на первой странице необходимо изложить план (содержание) работы.
- в конце работы необходимо указать источники использованной литературы
- нумерация страниц текста -

Список использованных источников должен формироваться в алфавитном порядке по фамилии авторов.

Включенная в список литература нумеруется сплошным порядком от первого до последнего названия.

По каждому литературному источнику указывается: автор (или группа авторов), полное название книги или статьи, место и наименование издательства (для книг и брошюр), год издания; для журнальных статей указывается наименование журнала, год выпуска и номер.

Приложения следует оформлять как продолжение реферата на его последующих страницах.

Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. Вверху страницы справа указывается слово "Приложение" и его номер. Приложение должно иметь заголовок, который располагается по центру листа отдельной строкой и печатается прописными буквами.

Приложения следует нумеровать порядковой нумерацией арабскими цифрами.

На все приложения в тексте работы должны быть ссылки. Располагать приложения следует в порядке появления ссылок на них в тексте.

Оценка "отлично" выставляется за реферат, который носит исследовательский характер, содержит грамотно изложенный материал, с соответствующими обоснованными выводами.

Оценка "хорошо" выставляется за грамотно выполненный во всех отношениях реферат при наличии небольших недочетов в его содержании или оформлении.

Оценка "удовлетворительно" выставляется за реферат, который удовлетворяет всем предъявляемым требованиям, но отличается поверхностью, в нем просматривается непоследовательность изложения материала, представлены необоснованные выводы.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется за реферат, который не носит исследовательского характера, не содержит анализа источников и подходов по выбранной теме, выводы носят декларативный характер.

Интернет - ресурсы

1.Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" (статьи по математике): http://kvant.mirror1.mccme.ru/rub/1.htm

2.Открытая математика. http://www.mathematics.ru/courses/index.htm

Тема 10.1.Цилиндр и конус

Самостоятельная работа №34

Доклад на тему "Конические сечения и их применение "

Цели: развитие познавательного интереса, воспитание информационной культуры

Форма работы: подготовка доклада

Время выполнения: 3ч

Контроль выполнения: проверка и оценка доклада

Методические указания

Доклад — вид самостоятельной научно — исследовательской работы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы; приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

Этапы работы над докладом.

- Подбор и изучение основных источников по теме (как и при написании реферата рекомендуется использовать не менее 4-5источников).
- Составление библиографии.
- Обработка и систематизация материала. Подготовка выводов и обобщений.
- Разработка плана доклада.
- Написание.
- Публичное выступление с результатами исследования.

В докладе соединяются три качества исследователя: умение провести исследование, умение преподнести результаты слушателям и квалифицированно ответить на вопросы.

Отличительной чертой доклада является научный, академический стиль. Академический стиль — это совершенно особый способ подачи текстового материала, наиболее подходящий для написания учебных и научных работ. Данный стиль определяет следующие нормы:

- предложения могут быть длинными и сложными;
- часто употребляются слова иностранного происхождения, различные термины;
- употребляются вводные конструкции типа «по всей видимости», «на наш взгляд»;
- авторская позиция должна быть как можно менее выражена, то есть должны отсутствовать местоимения «я», «моя (точка зрения)»;
- в тексте могут встречаться штампы и общие слова.

Требования к оформлению письменного доклада такие же, как и при написании реферата.

- Титульный лист
- Оглавление (в нем последовательно указываются названия пунктов доклада, указываются страницы, с которых начинается каждый пункт).

- Введение (формулируется суть исследуемой проблемы, обосновывается выбор темы, определяются ее значимость и актуальность, указываются цель и задачи доклада, дается характеристика используемой литературы)
- Основная часть (каждый раздел ее доказательно раскрывает исследуемый вопрос)
- Заключение (подводятся итоги или делается обобщенный вывод по теме доклада)
- Список литературы. Правила составления списка используемой литературы смотри Несколько советов о том, **как блестяще выступить перед аудиторией**.

- Продолжительность выступления обычно не превышает 10-15 минут. Поэтому при подготовке доклада из текста работы отбирается самое главное.
- В докладе должно быть кратко отражено основное содержание всех глав и разделов исследовательской работы.
- Заучите значение всех терминов, которые употребляются в докладе.
- Не бойтесь аудитории — ваши слушатели дружески настроены.
- Выступайте в полной готовности — владейте темой настолько хорошо, насколько это возможно.
- Сохраняйте уверенный вид — это действует на аудиторию и преподавателей.
- Делайте паузы так часто, как считаете нужным.
- Не торопитесь и не растягивайте слова. Скорость вашей речи должна быть примерно 120 слов в минуту.
- Подумайте, какие вопросы вам могут задать слушатели, и заранее сформулируйте ответы.
- Если вам нужно время, чтобы собраться с мыслями, то, наличие заранее подготовленных карт, схем, диаграммы, фотографии и т.д поможет вам выиграть драгоценное временя для формулировки ответа, а иногда и даст готовый ответ.

При соблюдении этих правил у вас должен получиться интересный доклад, который несомненно будет высоко оценен преподавателем.

Критерии оценки доклада

№	Оцениваемые параметры	Оценка в баллах
1	Качество доклада: - производит выдающееся впечатление, сопровождается иллюстративным материалом; - четко выстроен; - рассказывается, но не объясняется суть работы; - зачитывается.	4 3 2 1
2	Использование демонстрационного материала: - автор представил демонстрационный материал и прекрасно в нем ориентировался; - использовался в докладе, хорошо оформлен, но есть неточности; - представленный демонстрационный материал не использовался докладчиком или был оформлен плохо	3 2 1
3	Качество ответов на вопросы: - отвечает на вопросы; - не может ответить на большинство вопросов; - не может четко ответить на вопросы.	3 2 1
4	Четкость выводов: - полностью характеризуют работу; - нечетки; - имеются, но не доказаны.	3 2 1
	Итого максимальное количество баллов:	13

Оценка «5» - от10 до 13 баллов

Оценка «4»- от 7 до 9 баллов
Оценка «3» - от 4до 6 баллов

Литература:
- Мир Геометрии: http://geometr.info/
- Страна Математика: http://www.bymath.net/
- Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" (статьи по математике): http://kvant.mirror1.mccme.ru/rub/1.htm

Тема 10.2.Сфера и шар

Самостоятельная работа №35

Решение задач на вычисление площадей поверхностей тел вращения.

Цели: отработать навыки действий при вычислении площадей поверхности геометрических тел; закрепить навыки решения типовых задач на применение формул площадей поверхности тел вращения

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 2ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

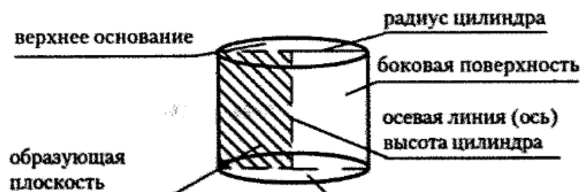
1.Повторить теоретический материал

2.Выполнить задания для самостоятельной работы

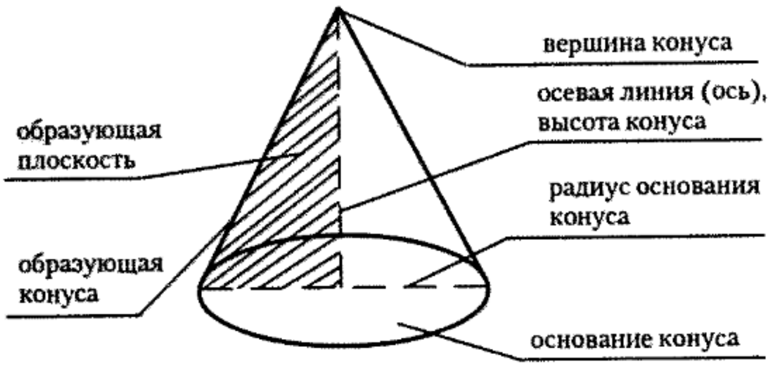
Методические указания

Теоретический материал

Определение. ***Цилиндр*** — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон как оси.



Определение. ***Конус*** (прямой) — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением прямоугольного треугольника вокруг его катета как оси.



При решении задач воспользоваться формулами:

Цилиндр: $S_{бок}=2\pi R\cdot h$, $S_{полн}= S_{бок} + 2S_{осн}$, $V = S_{осн}\cdot h$, $S_{осн}= \pi R^2$.

Конус: $S_{бок}= \pi RL$, $S_{полн}= S_{бок} + S_{осн}$, $V = \frac{1}{3}S_{осн}\cdot h$, $S_{осн}= \pi R^2$.

Задания самостоятельной работы

1.Решить № 545,572 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11)

2. Решить задачи по вариантам:

Вариант 1.

1.Прямоугольник, диагональ которого равна 25 см, а одна сторона 20 см, вращается вокруг меньшей стороны. Вычислите площадь поверхности полученного тела вращения.

2.Высота конуса 15 см, радиус основания – 20 см. Вычислить площадь поверхности конуса.

3. Высота цилиндра 12 см, радиус равен 10 см. Найти площадь поверхности цилиндра.

Вариант 2.

1. Радиус основания цилиндра равен 2 м, высота 3 м. Вычислить площадь поверхности цилиндра.

2.Высота конуса равна 16 см, а образующая – 20 см. Вычислить площадь поверхности конуса.

3. Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 $м^2$, а площадь основания – 5 $м^2$. Найти площадь поверхности цилиндра.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение тела вращения.
2. Дайте определение цилиндра и его элементов.
3. Дайте определение конуса и его элементов.

Тема 11.2.Объём прямой призмы , цилиндра

Самостоятельная работа №36

Решение задач по теме "Объём параллелепипеда ,призмы, цилиндра"

Цели: закрепление навыков решения типовых задач на применение формул объёмов тел вращения

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 4ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

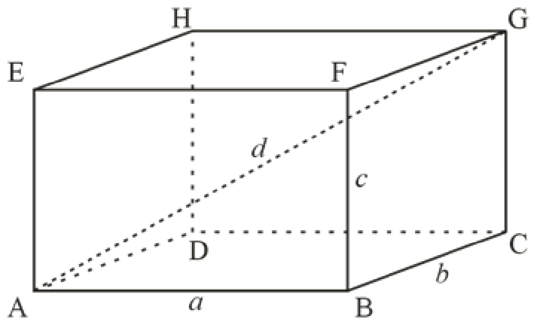
1.Повторить теоретический материал

2.Выполнить задания для самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

$$V = SH = abh$$

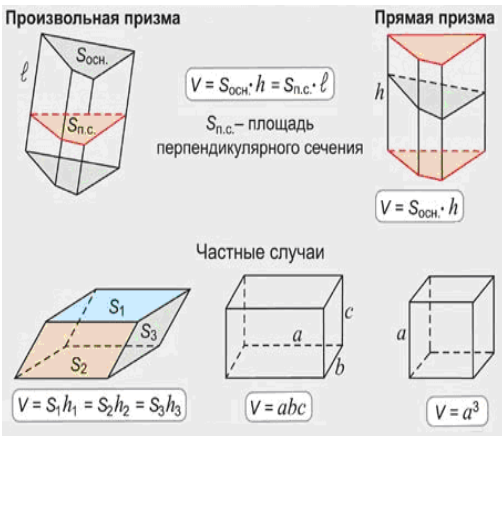


где, H - высота параллелепипеда,

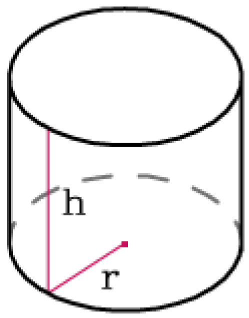
a – длина параллелепипеда,

b – ширина параллелепипеда,

h - высота прямоугольного параллелепипеда,



объём цилиндра



$$V = \pi r^2 h$$

Задания самостоятельной работы

Решить № 651,658,668,669,671,672 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11)

.

Контрольные вопросы по теме

1. По какой формуле вычисляются объёмы:

а) призмы, б) прямоугольного параллелепипеда, в) куба? г) цилиндра

Тема 11.3. Объём наклонной призмы, пирамиды, конуса , шара

Самостоятельная работа №37

Решение задач на вычисление объёма пирамиды, конуса, шара

Цели: закрепление навыков решения типовых задач на применение формул объёмов тел вращения

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 2 ч

Контроль выполнения: проверка тетради

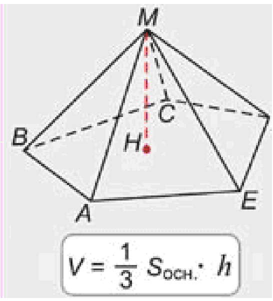
Порядок выполнения работы:

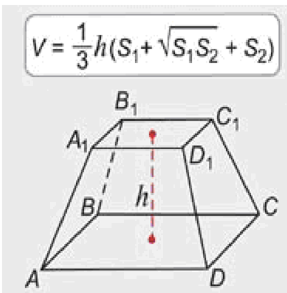
1.Повторить теоретический материал

2.Выполнить задания для самостоятельной работы

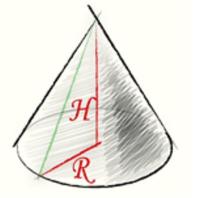
Методические указания

Теоретический материал





$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$



где R — радиус основания конуса,

H – его высота

$\pi \approx 3{,}14$

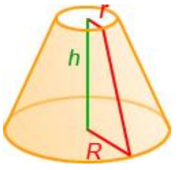
S — площадь основания (площадь круга)

$$V = \frac{1}{3}\pi h\,(R^2 + Rr + r^2)$$

h - высота конуса

r - радиус верхнего основания

R - радиус нижнего основания



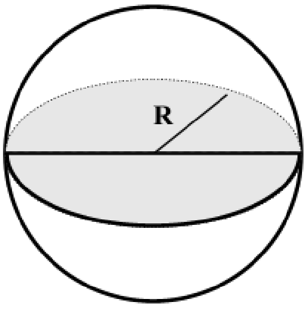
или по формуле объема усечённого конуса (не обязательно прямого и кругового):

$$V = \frac{1}{3}(HS_2 - hS_1),$$

S1 и S2 — площади соответственно верхнего (ближнего к вершине) и нижнего оснований,

h и H — расстояния от плоскости соответственно верхнего и нижнего основания до вершины.

Формула для вычисления объема шара



$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

V - объем шара

π - число пи (3.1415)

R - радиус шара

Задания самостоятельной работы

1.Решить № 708,747 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11)

2. Решить задачи по вариантам :

Вариант 1.

1. Радиус основания конуса равен 5 см, а образующая конуса равна 13 см. Найдите объем конуса.
2. Объем шара равен 36π см^3. Найдите площадь поверхности шара.

Вариант 2.

1. Площадь боковой поверхности конуса равна 20π см^2, а площадь его основания на 4π см^2 меньше. Найдите объем конуса.

2. Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через его центр, равна 4π см^2. Найдите объем шара.

Контрольные вопросы :

2. Сформулируйте теорему об объёме пирамиды.
3. По какой формуле вычисляются объём усечённой пирамиды?
4. Сформулируйте теорему об объёме прямого кругового цилиндра.
5. Сформулируйте теорему об объёме конуса.
6. По какой формуле вычисляются объём усечённого конуса?
7. Сформулируйте теорему об объёме шара.

Самостоятельная работа №38

Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел

Цель: закрепление понятия " подобные тела" через решение задач

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 2ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

2.Выполнить задания для самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

Два тела *подобны*, если одно из них может быть получено из другого путём увеличения (или уменьшения) всех его *линейных* размеров в одном итом же отношении.

Автомобиль и его модель – подобные тела. Два тела (фигуры) *зеркально подобны*, если одно из них подобно зеркальномуотражению другого. Например, картина и её фотонегатив зеркально подобны друг другу.

В подобных и зеркально подобных фигурах *все соответственные углы* (линейные и двугранные) *равны.*
В подобных телах *многогранные и телесные углы равны*; в зеркально подобных телах они *зеркально равны.*

Если два тетраэдра (две треугольные пирамиды) имеют соответственно пропорциональные рёбра (или соответственно подобные грани), то они подобны или зеркально подобны. Например, если грани первой пирамиды вдвое больше, чем у второй, то высоты, апофемы, радиус описанного круга первой пирамиды также вдвое больше, чем у второй. Эта теорема не имеет места для многогранников с бо'льшим числом граней. Предположим, что мы соединили все рёбра куба в его вершинах посредством шарниров; тогда мы можем изменить форму этой фигуры, не растягивая её стержни, и получить из начального куба параллелепипед.

Две правильные призмы или пирамиды с одинаковым числом граней подобны, если радиусы их оснований пропорциональны их высотам. Два круглых цилиндра или конуса подобны, если радиусы их оснований пропорциональны их высотам.

Если два и более тел подобны, то площади всех соответствующих плоских и кривых поверхностей этих тел пропорциональны квадратам любых соответ-ствующих отрезков.

Если два и более тел подобны, то их объёмы, а также объёмы любых их соответствующих частей, пропорциональны кубам любых соответствующих отрезков.

П р и м е р. Чашка диаметром 8 см и высотой 10 см вмещает 0.5 литра воды. Каких размеров должна быть подобная чашка, вмещающая 4 литра воды ?

Р е ш е н и е . Поскольку чашки – подобные цилиндры, то отношение их объёмов равно отношению кубов соответствующих отрезков (в нашем случае – высот и диаметров чашек). Следовательно, высота h новой чашки находится из отношения:

$(h / 10)^3 = 4 / 0.5$, то есть $h^3 = 8 \cdot 10^3$, откуда $h = 20$ см;

аналогично, для диаметра d получим:

$(d / 8)^3 = 4 / 0.5$, то есть $d^3 = 8 \cdot 8^3$, откуда $d = 16$ см .

Задания самостоятельной работы

Задача 1. Известно, что отношение объемов двух подобных прямоугольных параллелепипедов равно 8 (большего к меньшему). Высота меньшего параллелепипеда равна 6 см. Чему равна высота большего параллелепипеда?

Задача 2.Эйфелева башня, высотою 300 метров, весит 8000000 кг. Сколько должна весить модель этой башни, из того же материала, вышиной 1,5 м?

Задача 3. Объем данного правильного тетраэдра равен 128 $см^3$. Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра.

Задача 4. Игрушечное ведерко вдесятеро ниже настоящего такой же формы, вмещающего 30 л воды. Сколько воды вмещает игрушечное ведерко?

Задача 5. Деревянная модель проектируемого железного сооружения имеет в высоту 10 см и весит 30 граммов. Сооружение должно иметь в высоту 10 метров. Определить его вес. Железо тяжелее дерева в 16 раз.

Тема12.1. Векторы в пространстве

Самостоятельная работа №39

Решение задач на разложение векторов

Цель: закрепление навыков умения выполнять действия над векторами

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 3ч

Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1.Повторить теоретический материал

2.Выполнить задания для самостоятельной работы

Методические указания

Теоретический материал

Вектором называется отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой - концом. Любая точка пространства рассматривается как нулевой вектор.

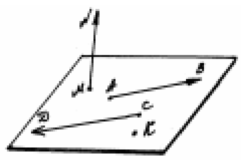


рис. 63

$\overline{KK}$ - нулевой вектор, обозначается $\overline{0}$.

Длина вектора $\overline{AB}$ обозначается $|\overline{AB}|$.

Два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной или на параллельных прямых.

Пусть два ненулевых вектора $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ коллинеарны. Если при этом лучи AB и CD сонаправлены, то $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ называются сонаправленными, а если эти лучи не являются сонаправленными, то векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ называются противоположно направленными.

Нулевой вектор условимся считать сонаправленным с любым вектором. Запись $\overline{a}\uparrow\uparrow\overline{b}$ означает, что векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ сонаправлены, а запись $\overline{c}\uparrow\downarrow\overline{d}$ - что векторы c и d противоположно направлены.

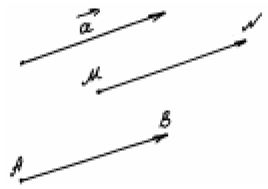


рис. 64

Векторы называются равными, если они сонаправлены и их длины равны.

От любой точки можно отложить вектор, равный данному, и притом только один.

Действия над векторами.

1. **Сложение векторов по правилу треугольника:**

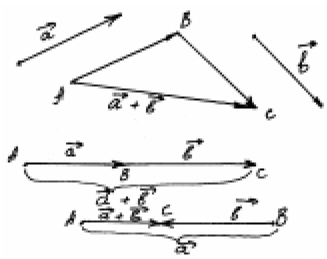


рис. 65

для этого нужно от произвольной точки пространства отложить вектор $\overline{AB}$, равный $\bar{a}$, затем от точки В отложить вектор $\overline{BC}$, равный $\bar{b}$.

Вектор $\overline{AC}$ называется суммой $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

Таким образом $\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AC}$, для любых трех точек А, В и С.

2. **Сложение векторов по правилу параллелограмма:**

рис. 66

для этого векторы откладывают от одной точки.

3. Два ненулевых вектора называются противоположными, если их длины равны и они противоположно направлены.

4. **Вычитание векторов:**

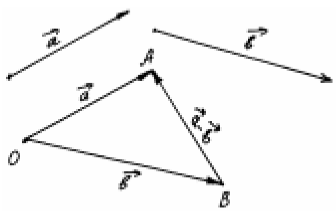


рис. 67

Разностью векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется такой вектор, сумма которого с вектором $\bar{b}$ равна вектору $\bar{a}$.

Разность $\bar{a}$ - $\bar{b}$ можно найти по формуле $\bar{a}$ - $\bar{b}$ = $\bar{a}$ + (-$\bar{b}$), где (-$\bar{b}$) - вектор, противоположный вектору $\bar{b}$.

$\overline{OA}-\overline{OB}=\overline{BA}$.

5. Сумма нескольких векторов в пространстве вычисляется так же, как и на плоскости и не зависит от порядка слагаемых.

6. **Умножение вектора на число.** Произведением ненулевого вектора $\bar{a}$ на число k называется такой вектор $\bar{b}$, длина которого равна $|k|\cdot|\bar{a}|$, причем векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ сонаправлены при $k \geq 0$ и противоположно направлены при $k<0$. Произведением нулевого вектора на произвольное число считается нулевой вектор.

   Произведение вектора $\bar{a}$ на число k обозначается так: $k\bar{a}$. Из определения произведения вектора на число следует, что для любого числа k и любого вектора $\bar{a}$ векторы $\bar{a}$ и $k\bar{a}$ коллинеарны. Из этого же определения следует, что произведение любого вектора на число нуль есть нулевой вектор.

   Для любых векторов $\bar{a}$, $\bar{b}$ и любых чисел k, l справедливы равенства:

   $(kl)\bar{a} = k(l\bar{a})$ (сочетательный закон);

   $k(\bar{a} + \bar{b}) = k\bar{a} + k\bar{b}$ (первый распределительный закон);

   $(к+l)\bar{a} = k\bar{a} + l\bar{a}$ (второй распределительный закон).

Лемма. Если векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ коллинеарны и вектор $\bar{a}$ не равен нулевому вектору, то существует число k такое, что вектор $\bar{b}$ равен $k\bar{a}$.

Векторы называются компланарными, если при откладывании от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости. Ясно, что любые два коллинеарных вектора компланарны; три вектора, среди которых имеется два коллинеарных, также компланарны, а три произвольных вектора могут быть как компланарными, так и некомпланарными.

Если вектор $\bar{c}$ можно представить в виде $\bar{c} = x\bar{a} + y\bar{b}$, где x и y - некоторые числа, то векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$ компланарны.

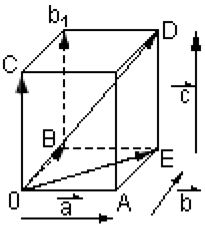


рис. 68

Для сложения трёх некомпланарных векторов можно пользоваться так называемым правилом параллелепипеда. Опишем его.

Пусть $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ - некомпланарные векторы. Отложим от произвольной точки O пространства векторы $\overline{OA} = \bar{a}$, $\overline{OB} = \bar{b}$, $\overline{OC} = \bar{c}$ и построим параллелепипед так, чтобы отрезки OA, OB и OC были рёбрами.

Тогда если OD - диагональ этого параллелепипеда, то $\overline{OD} = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$.

Действительно, $\overline{OD} = \overline{OE} + \overline{ED} = (\overline{OA} + \overline{AE}) + \overline{ED} = \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$.

Теорема. Любой вектор можно разложить по трём данным некомпланарным векторам, причём коэффициенты разложения определяются единственным образом.

Если $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ - некомпланарные векторы, то любой вектор $\bar{d}$ можно представить в виде:

$\bar{d} = x\bar{a} + y\bar{b} + z\bar{c}$,

где x, y, z - числа.

Задания самостоятельной работы

Решить задачи № 359,362,393 (по учебнику Л.С.Атанасян. Геометрия,10-11)

Контрольные вопросы

1 . Что такое вектор?
2. Что мы понимаем под: а) длиной или модулем вектора, б) направление вектора?
3. Какие векторы называются: а) равными; б) коллинеарными; в) противоположными?
4. Объясните, что мы называем: а) суммой, б) разностью двух векторов? Как их построить?
5. Какие свойства сложения векторов вы знаете?
6. Что мы понимаем под произведением вектора на число?
7. Какие свойства произведения вектора на число вы знаете?
8. Дайте определение скалярного произведения двух векторов.

Тема 12.2.Метод координат

Самостоятельная работа №40

Сообщение " Векторное задание прямых и плоскостей в пространстве"

Цель: развитие познавательного интереса, воспитание информационной культуры

Форма работы: подготовка сообщения

Время выполнения: 3ч

Контроль выполнения: проверка и оценка сообщения

Методические указания

Сообщение – это сокращенная запись информации, в которой должны быть отражены основные положения текста, сопровождающиеся аргументами, 1–2 самыми яркими и в то же время краткими примерами.
Сообщение составляется по нескольким источникам, связанным между собой одной темой. Вначале изучается тот источник, в котором данная тема изложена наиболее полно и на современном уровне научных и практических достижений. Записанное сообщение дополняется материалом других источников.
Этапы подготовки сообщения:
1. Прочитайте текст.
2. Составьте его развернутый план.
3. Подумайте, какие части можно сократить так, чтобы содержание было понято правильно и, главное, не исчезло.
4. Объедините близкие по смыслу части.
5. В каждой части выделите главное и второстепенное, которое может быть сокращено при конспектировании.
6. При записи старайтесь сложные предложения заменить простыми.
Тематическое и смысловое единство сообщения выражается в том, что все его компоненты связаны с темой первоисточника.
Сообщение должно содержать информацию на 3-5 мин. и сопровождаться презентацией, схемами, рисунками, таблицами и т.д.

Критерии оценки сообщения и презентации

№	Оцениваемые параметры	Оценка в баллах
1	Качество сообщения : - производит впечатление, сопровождается иллюстративным материалом; - четко выстроен; - рассказывается, но не объясняется суть работы; - зачитывается.	 4 3 2 1
2	Использование демонстрационного материала, презентации - автор представил демонстрационный материал и прекрасно в нем ориентировался; - использовался в сообщении , хорошо оформлен, но есть неточности; - представленный демонстрационный материал не использовался докладчиком или был оформлен плохо.	 3 2 1
3	Качество ответов на вопросы: - отвечает на вопросы; - не может ответить на большинство вопросов; - не может четко ответить на вопросы.	 3 2 1
4	Четкость выводов: - полностью характеризуют работу; - нечетки; - имеются, но не доказаны.	 3 2 1
	Итого максимальное количество баллов:	13

Оценка «5» - от10 до 13 баллов
Оценка «4»- от 7 до 9 баллов
Оценка «3» - от 4до 6 баллов

Литература:

-http://www.math.ru. Математика и образование
-http://www.bymath.net/ Страна Математика
- Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" (статьи по математике): http://kvant.mirror1.mccme.ru/rub/1.htm

ЛИТЕРАТУРА:

Основная: - Геометрия, 10 - 11./ Л.С. Атанасян .- М.: Просвещение, 2011/.

- Алгебра и начала анализа, 10 -11./ Колмогоров А.Н. - М.: Просвещение, 2011/.

Дополнительная:

-Математика (базовый уровень) , М.И.Башмаков , 10 -11. – М.: Академия, 2011.
-Математика .Сборник задач для 10 -11кл. , М.И.Башмаков .- М.: Академия , 2010.

Интернет-ресурсы:

-www. 1 сентября.
-www.ege.moipkxo.ru
-wwwiipi.ru
-ege.edu.ru
-www.mioo.ru
-www.lseptember.ru
-www.math.ru
-www.allmath.ru

- Учебно-информационные комплексы по математике для средних школ: http://mschool.kubsu.ru/uik/index.htm
- Сайт-справочник правил, формул и теорем по математике: http://matemathik.narod.ru/
- Мир Геометрии: http://geometr.info/
- Страна Математика: http://www.bymath.net/
- Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" (статьи по математике): http://kvant.mirror1.mccme.ru/rub/1.htm

5. Приложения

Приложение 1

Министерство образования и науки РТ
ГАПОУ «Нижнекамский сварочно-монтажный колледж»

РЕФЕРАТ

по дисциплине « Математика»

на тему «*Указать тему реферата*»

ВЫПОЛНИЛ:
студент группы (*указать группу*)
Фамилия, имя (в Род.п.)

РУКОВОДИТЕЛЬ:
преподаватель

г. Нижнекамск, 20___ г.

Приложение 2

Содержание

Приложение 3

Список используемой литературы

1. М.И. Башмаков «Математика», учебник, М.: Издательский центр «Академия», 2014.
2. Профессиональные печатные издания
3. Интернет-ресурс
4. Дополнительные источники:….